

Министерство
на образованието и науката

АЗ·БУКИ

Национално издателство
за образование и наука

**БЪЛГАРСКИ ЕЗИК
И ЛИТЕРАТУРА**

Българско научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

ИСТОРИЯ

Българско научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

**МАТЕМАТИКА
И ИНФОРМАТИКА**

Българско научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

**ПРЕДУЧИЛИЩНО
НАЧАЛНО ОБРАЗОВАНИЕ
ПЕДАГОГИКА**

Българско научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

**ХИМИЯ
ПРИРОДНИТЕ НАУКИ
В ОБРАЗОВАНИЕТО**
астрономия
биология
география
физика

**ПРОФЕСИОНАЛНО
ОБРАЗОВАНИЕ**

Българско научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

**СТРАТЕГИИ
НА ОБРАЗОВАТЕЛНАТА
И НАУЧНАТА ПОЛИТИКА**

Научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

Философия

Българско научно-методическо списание
• Година XX, 2012 • Класик 1

**Чуждозиково
обучение**

Научно-методическо списание
• Година XXIX, 2012 • Класик 1

Избрано

от текстовете, публикувани в списанията
на Национално издателство

АЗ·БУКИ

www.azbuki.bg

43

26 ОКТОМВРИ –
1 НОЕМВРИ 2017 Г.

Избрано

Линейната алгебра в приложната математика

*Откъс от „Приложение на линейната алгебра
в икономиката“*

Велика Кунева
Захаринка Ангелова

Аграрен университет – Пловдив

УВОД

Линейната алгебра заема централно място както в чистата, така и в приложната математика. Тя се използва за решаване на различни задачи от областта на природните науки и техниката, а също и от областта на обществените науки и икономиката. Тъй като апаратът на линейната алгебра е много добре развит, понякога нелинейни математически модели се апроксимират чрез линейни.

През тридесетте години на двадесети век американският икономист от руски произход Василий Леонтиев (1905 – 1999) започва изследването на междупромишлената структура на американската икономика. Той създава математическа теория, с която описва връзките между икономическите отрасли чрез системи линейни уравнения. Леонтиев изследва икономическия ръст на взаимоотношенията между развитите и развиващите се страни, създавайки модел на световната икономика. За съответната теория той е отличен с Нобелова награда за икономика през 1973 г. Моделът на Леонтиев продължава да се използва за моделиране на национални икономики по целия свят, а също и за моделиране на световната икономика, като цяло. Балансовият модел на Леонтиев се нарича модел „приходи – разходи“ (на англ. input-output model) и се разглежда в два варианта – затворен и отворен, в зависимост от това дали разглежданата икономика произвежда продукцията само за задоволя-

Заглавието е на редакцията



www.mathinfo.azbuki.bg

Главен редактор

Проф. д.п.н. Сава Гроздев

E-mail: sava.grozdev@gmail.com

Редактор

Живка Бакалова

0889 81 15 65

Тел.: 02/425 04 70

02/425 04 71

E-mail: mathinfo@azbuki.bg

Съдържание
на сп. „Математика
и информатика“,
кн. 4/2017:

НАУЧНО-
МЕТОДИЧЕСКИ СТАТИИ

За дневния ред в образованието / *Сава Гроздев*

Генератор на тестове / *Ангел Ангелов, Веселин Дзиев*

ОБРАЗОВАТЕЛНИ
ТЕХНОЛОГИИ

Логаритмични и тригонометрични функции в трансцендентни уравнения (II част) / *Диана Стефанова*

Приложение на връзката между средно аритметично и средно геометрично за рационално доказване на някои неравенства / *Радан Мирянов, Йордан Петков*

Определяне броя на корените на един клас параметрични алгебрични уравнения от трета степен / *Росен Николаев, Танка Милкова*

Interesting Proofs of Some Algebraic Inequalities / *Šefket Arslanagić, Faruk Zejnullahi*

Problems on the Brocard Circle / *Sava Grozdev, Hiroshi Okutira, Deko Dekov*

Няколко конструкции, породени от принципа за дуалност / *Сава Гроздев, Веселин Ненков*

Приложение на линейната алгебра в икономиката / *Велика Кунева, Захаринка Ангелова*

Скоростта на светлината / *Сава Гроздев, Веселин Ненков*

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ

Конкурсни задачи на броя

Решения на задачите от брой 5, 2016

ване на производствените си нужди, или и за крайни потребители. Освен това моделът може да бъде статичен или динамичен.

Целта на настоящата бележка е да се покаже възможността за използване на основни математически понятия от линейната алгебра в икономиката. За основа са използвани лекции и упражнения по висша математика, I част, включени в учебния план на специалност „Бизнес икономика“ в Аграрния университет в Пловдив, както и приложение на математическия апарат в други изучавани дисциплини.

МАТРИЦИ

Основни определения

Нека m и n са естествени числа. Правоъгълна таблица, съставена от $m \cdot n$ на брой числа, разположени в m реда и n стълба, се нарича **матрица** с размерност $m \times n$ (или матрица от тип $m \times n$). Числата в таблицата се наричат **нейни елементи**. Матриците обикновено се означават с главните латински букви A, B, C и т.н. В общия случай матрицата A с размерност $m \times n$ се записва във вида

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

За отбелязване на матрицата (1) се използват съкратените означения $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $i = 1, 2, 3, \dots, m; j = 1, 2, 3, \dots, n$, където a_{ij} се наричат **елементи на матрицата** A . Елементите на матрицата са снабдени с два индекса. Първият показва номера на реда, а вторият – номера на стълба, в които е разположен съответният елемент.

Елементите $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{kk}$, където $k = \min(m, n)$, образуват **главния диагонал** на матрицата. Матрицата $(a_{ij})_{m \times n}$ се нарича **правоъгълна**, ако $m \neq n$; **квадратна**, ако $m = n$; **диагонална**, ако е квадратна матрица, на която всички елементи извън главния диагонал са нули.

Съществуват различни видове матрици в зависимост от наличието на единици или нули в зададени позиции. Така например матрицата (1) се нарича **нулева**, ако всичките ѝ елементи са равни на нула. Нулевата матрица се означава с 0 или с $0_{m \times n}$, ако е необходимо да се укаже размерът ѝ. Матри-

цата е **единична**, ако е квадратна, диагонална и всичките ѝ диагонални елементи са равни на 1. Единичната матрица се означава с E или с $I (I_n)$, ако е необходимо да се посочи, че е с размер $n \times n$, например

$$E = I = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица-ред представлява правоъгълна таблица с единствен ред, например $A = (a, b, \dots, z)$, където a, b, \dots, z са числа или вектор-редове.

Матрица-стълб е правоъгълна таблица с единствен стълб, например

$$A = \begin{pmatrix} a \\ b \\ \dots \\ z \end{pmatrix}, \text{ където } a, b, \dots, z \text{ са числа или вектор-стълбове.}$$

Операции с матрици

Нека е дадена матрицата $A = (a_{ij})_{m \times n}$. Матрицата A' (или A^T) се нарича **транспонирана** на матрицата A , ако редовете ѝ са стълбовете на A (респ. стълбовете ѝ са редовете на A), т.е. $A'_{ji} = a_{ij}$. Очевидно $(A')' = A$.

Ако за една квадратна матрица е изпълнено $A' = A$, то матрицата се нарича **симетрична**, а ако $A' = -A$, то тя е **полусиметрична** (матрицата $-A$ е получена от матрицата A , като елементите ѝ са взети с противоположните им стойности).

Нека са дадени матриците $A = (a_{ij})_{m \times n}$ и $B = (b_{ij})_{m \times n}$. Ще считаме, че $A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$ за всяко $i = \overline{1, m}$ и за всяко $j = \overline{1, n}$. Това означава, че две матрици са равни точно тогава, когато са от един и същи тип и съответните им елементи са равни.

Под **сума на матриците** A и B се разбира матрицата $A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n}$. Събирането на матрици е очевидно комутативно и асоциативно, защото се свежда го събиране на числа. Матрици с различна размерност не могат да се събират.

Под **произведение на произволно реално число k и матрицата** $A = (a_{ij})_{m \times n}$ се разбира матрицата $kA = (ka_{ij})_{m \times n}$.

Нека $A = (a_{ij})_{m \times n}$ и $B = (b_{ij})_{n \times p}$, т.е. броят на стълбовете на първата матрица е равен на броя на редовете на втората. Под **произведение** $C = AB$ **на матриците** A и B се разбира матрицата $C = (c_{ij})_{m \times p}$ $C = (c_{ij})_{m \times p}$, където

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}$$

Така елементът c_{ij} е почленно произведение на i -ия ред a_i на A с j -ия стълб b_j на B . По тази причина така дефинираното (стандартно) умножение на матрици се нарича още „умножение ред по стълб“. Стандартното умножение не е комутативно, т.е. $AB \neq BA$ в общия случай. Действително, дори ако произведението AB е определено, произведението BA може да не е определено. И още, възможно е двете произведения AB и BA да са определени и да имат еднакви размери, но да са различни.

Пример 1. Дадени са матриците A и B . Ако е възможно, намерете произведението AB и BA и ги сравнете, в случай че $A = (1, -2, 3)$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Решение. Броят на стълбовете на A е равен на броя на редовете на B . Следователно матрицата AB може да се намери и $AB = (1, -2, 3) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} = (-11)$.

Броят на стълбовете на B е равен на броя на редовете на A . Следователно матрицата BA може да се намери и $BA = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot (1, -2, 3) = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 4 & -8 & 12 \\ -2 & 4 & -6 \end{pmatrix}$. Получаваме, че $AB \neq BA$, което илюстрира некомутативността на умножението.

ДЕТЕРМИНАНТИ

Основни определения

Една от важните числови характеристики на всяка квадратна матрица A е нейната детерминанта $\det A$. На всяка квадратна матрица от ред n , по-голям или равен на 2, ще съпоставим по определено правило едно число, което ще наричаме **детерминанта от n -ти ред**. Използвам се следните означения за детерминанти: D , $\det A$, Δ .

Детерминантата от втори ред $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ е число, което се пресмята по формулата $D = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$.

Пример 2. Да се пресметнат детерминантите от втори ред:

$$\text{а) } A = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } B = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}.$$

Решение. а) $A = 1 \cdot 4 - 2 \cdot (-3) = 10$; б) $B = -4 \cdot 5 - 0 \cdot (-1) = -20$.

Детерминанта от трети ред символично се записва със символа Δ и може да се пресмята по няколко начина. Например по **правилото на триъгълниците**:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{13}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

или **по правилото на Сарус**:

$$\begin{array}{cccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{I} & \text{II} \\ + & + & + & - & - \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & = & \end{array}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

Чрез детерминанти може да се изрази решението на квадратна неособена система от линейни алгебрични уравнения, макар че това не се препоръчва от изчислителна гледна точка. Изобщо детерминантите намират широко теоретично

(а и практическо) приложение. Възможни са различни подходи при излагане теорията на детерминантите.

Поддетерминанта (минор) D_{ij} на елемента a_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) на детерминанта D се нарича детерминанта от $(n - 1)$ -ви ред, която се получава от D след отстраняване на i -ия ред и j -ия стълб.

Агюнгирано количество на елемента a_{ij} на D се нарича числото $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$.

ОБРАТНА МАТРИЦА

Пог **обратна матрица** на квадратната матрица A се разбира матрицата A^{-1} , удовлетворяваща равенствата $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, където E е единичната матрица от същия ред.

Квадратната матрица A се нарича неособена (неузрогена), ако $\det A \neq 0$, и особена (узрогена), ако $\det A = 0$. С помощта на детерминанти се получава компактен израз за обратната матрица A^{-1} при $\det A \neq 0$, макар че този израз не е пригоден за практически изчисления в общия случай.

Всяка неособена квадратна матрица

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

има единствена обратна матрица A^{-1} , която се пресмята по формулата

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix},$$

където A_{ij} са агюнгираните количества на елементите a_{ij} на детерминанта на матрицата A ($i, j = \overline{1, n}$).

Не всяка квадратна матрица има обратна. Например нулевата матрица O очевидно няма обратна, тъй като $O \cdot X = O \neq E$. Матриците, които имат обратна матрица, се наричат **обратими** или неособени, или неузрогени. На свой ред, матриците, които нямат обратна матрица, се наричат **необратими** или особени, или узрогени.

Пример 3. Да се намери обратната матрица на дадената, ако тя съществува, където:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. $\det A = 11 \neq 0$, $A_{11} = 1$, $A_{12} = -2$, $A_{21} = 3$, $A_{22} = 5$, $A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

МАТРИЧНИ УРАВНЕНИЯ

Уравнение от вида $AX = B$ или $XA = B$, където A и B са известни матрици, а X – неизвестна матрица, се нарича **матрично уравнение**.

Ако A е неособена квадратна матрица от n -ти ред, а B е матрица с n реда, то матричното уравнение $AX = B$ има единствено решение $X = A^{-1}B$.

Ако A е неособена квадратна матрица от n -ти ред, а B е матрица с n стълба, то матричното уравнение $XA = B$ има единствено решение $X = BA^{-1}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ЛИНЕЙНАТА АЛГЕБРА В ИКОНОМИКАТА

Икономиката, която разглежда Леонтиев, е разделена на n независими отрасли, всеки от които произвежда по един вид продукция. Част от продукцията

се изразходва в процеса на самото производство, а останалата част остава като краен продукт, който трябва да задоволи нуждите на крайните потребители. Математическият модел на междоотрасловия баланс може да се изрази чрез следния матричен запис: $X = (E - C)^{-1} \cdot D$, където E е единичната матрица от n -ти ред. Поставената задача е следната: при известна матрица на преките разходи C и вектор на крайната продукция D да се намери векторът на общата продукция X . Чрез основните компоненти от линейната алгебра ще илюстрираме решаването на една проста икономическа система с два отрасъла.

Пример 4. Да разгледаме отворена регионална икономика с два отрасъла: животновъдство и земеделие. В таблица 1 са дадени разходите на всеки отрасъл, необходими за производството на единица от собствената си продукция и за производството на единица от продукцията на другия отрасъл. Да се определи обемът на производство на всеки един отрасъл, така че моделът да бъде балансиран.

Таблица 1

Отрасъл	Животновъдство	Земеделие	Пазар
Животновъдство	0.6	0.2	400
Земеделие	0.3	0.5	300

Решение. Таблица 1 задава матрицата C на преките разходи, т.е. $C = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$, а за вектора D имаме $D = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \end{pmatrix}$.

За да намерим вектора X , съдържащ стойността на общата продукция, необходима за задоволяване на производствените нужди на икономиката C и нуждите на крайния потребител D , използваме формула $X = (E - C)^{-1} \cdot D$.

$$\text{Пресмятаме } E - C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4 & -0.2 \\ -0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$D_{E-C} = 0.14 \neq 0$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot 0.5 = 0.5$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot (-0.3) = 0.3$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot (-0.2) = 0.2$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot 0.4 = 0.4$$

Първо намираме $(E - C)^{-1}$, т.е. $(E - C)^{-1} = \frac{1}{0.14} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$. Заместваме във

формулата $X = (E - C)^{-1} \cdot D$ и получаваме:

$$X = \frac{1}{0.14} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \end{pmatrix} = \frac{1}{0.14} \begin{pmatrix} 260 \\ 240 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1857.1 \\ 1714.3 \end{pmatrix}.$$

И така, за да бъде балансирана икономиката, животновъдството трябва да произведе продукцията на приблизителна стойност от 1857.1 единици, а отрасълът земеделие има приблизителна стойност от 1714.3 единици.

Пълния текст четете в сп. „Математика и информатика“; кн. 4

За понятието функционално- семантично поле

Откъс от „Към въпроса за типологията на функционално-семантичните полета в съвременния български език“

Красимира Чакърова

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Във фокуса на настоящото изследване е поставено едно от ключовите понятия в теорията на А. В. Бондарко – функционално-семантичното поле (ФСП), което може да се разглежда като пряк резултат от рефлексията на извънезиковата действителност. Срв.: „Полетата в гаген език се детерминират в крайна степен от извънезиковата действителност и нейното отражение в съзнанието на хората, от необходимостта да бъдат предавани в речта тези коренящи се в извънезиковата действителност отношения“ (Bondarko, 1984a: 496). Според руския лингвист ФСП е форма на съществуване на т. нар. функционално-семантична категория и представлява система от разнородни езикови средства на гаген език (морфологични, синтактични, словообразователни, лексикални, а също и комбинирани), обединени на основата на общността и взаимодействието на своите семантични функции (вж. Bondarko, 1984б).

Безспорно избраната тема крие сериозно теоретично предизвикателство, като се има предвид, че всеки опит за анализ на типовете функционално-семантични полета в гаген естествен език е преварително обречен на неуспех, ако изследователят няма ясна позиция по въпроса за броя на функционално-семантичните категории (респ. на техните ФСП) в този език. Във връзка с казаното не можем да не отбележим, че единственото научно съчинение,

Заглавието е на редакцията



www.bel.azbuki.bg

Главен редактор

Проф. д.п.н. Галя Христовозова
E-mail: hristozova@bfu.bg

Редактор

Д-р Мая Падешка
0889 22 04 12

Тел.: 02/425 04 70
02/425 04 71

E-mail: bel@azbuki.bg

Съдържание на сп. „Български език и литература“, кн. 4/2017:

ОТ РЕДАКЦИЯТА

БЪЛГАРСКИ ЕЗИК И КУЛТУРА ПО СВЕТА

Маркери на българската езикова картина на света (Поглед към една тематична група фразеологизми) / Рени Манова

Обучение в межкултурно общуване и литература / Мина Хубенова

Среща на три български училища в Южна Франция / Веселин Геренов

ЕЗИКОЗНАНИЕ

Наречието в „Словарь болгарского языка по памятникам народной словесности и произведениям новейшей печати“ на Александър Дювернуа / *Ангелина Василева*

РЕЦЕНЗИИ
И ИНФОРМАЦИЯ

Юбилейна конференция за Емилиян Станев / *Рада Пенчева*

СПЕЦИАЛНО
ПРИЛОЖЕНИЕ
НА СПИСАНИЕ
„БЪЛГАРСКИ ЕЗИК
И ЛИТЕРАТУРА“Трети форум „Българска
граматика“

Функционално-семантичната граматика на Александър Владимирович Бондарко / *Иван Куцаров*

Идеите на Пражкия функционален структурализъм в трудовете на проф. А. В. Бондарко и проф. И. Куцаров / *Стилиян Стойчев*

Към въпроса за типологията на функционално-семантичните полета в съвременния български език / *Красимира Чакърова*

Категориалност и некатегориалност във функционалната граматика на А. В. Бондарко / *Енчо Тилев*

Функционалните семантико-стилистични категории аксиологичност и оценъчност / *Андреана Ефтимова*

Функционалната граматика на М. Халидей за определяне на елементите от тематичното поле в българското просто изречение / *Елисавета Балабанова*

в което е представена системата от функционално-семантични категории в съвременния български език, е „Очерк по функционално-семантична граматика на българския език“ на И. Куцаров (Kutsarov, 1985). Три десетилетия след публикуването на споменатата монография проблемът за броя на ФСП не е бил обект на сериозна дискусия в нашето езикознание.

Основната ни цел е да се опитаме да класифицираме типовете ФСП в съвременния български език, формулирайки критерии за тяхната диференциация. В хода на изложението ще обърнем внимание и на някои проблематични становища и отворени въпроси. Преди това ще представим в синтезиран вид изходните теоретични постановки, върху които е базирана настоящата работа.

1. ФСП е „двустранно (съгържателно-формално) единство, изградено от граматични (морфологични и синтактични) средства на даден език заедно с взаимовъздействащите с тях лексикални, лексико-граматични и словообразователни елементи, отнасящи се към същата семантична зона“ (Bondarko, 1983: 11). Обичайно за него е „разделянето на ядро (център) и периферия“ (Bondarko, 1972: 20).

2. Системата на ФСП „може да бъде изследвана само ако се опира на единиците и категориите на един отделен език“ (Bondarko, 1968: 497).

3. Според А. В. Бондарко е трудно да се говори за точно количество ФСП, тъй като „по принцип системата на ФСП трябва да обхваща всички основни семантични категории и техните проекции върху езика“ (Bondarko, 1968: 497). Според И. Куцаров обаче функционалната граматика на всеки език би трябвало да насочи вниманието си към такива ФСП, чието ядро е или може да бъде (при съпоставителни проучвания – поне в един от езиците, привлечени за съпоставка) морфологична (или лексикално-граматична) категория (Kutsarov, 1985: 18 – 19).

4. ФСП на отделните функционално-семантични категории (ФСК) не са изолирани едно от друго. „Между тях съществуват сложни отношения на интерференция“ (Kutsarov, 1985: 27).

Важно е да се отбележи, че въпросът за стратификацията на ФСП не се поставя за първи път в съвременната лингвистика. Ето например за какви структурно-семантични типове ФСП в руския език говори А. В. Бондарко (Bondarko, 1968, 1983, 1984 и др.).

I. С оглед на семантичния си обхват:

1) полета на ФСК;

2) микрополета – съществуват в рамките на полетата на ФСК или „на пресечната точка между различни функционално-семантични категории“ (Bondarko 1968: 97).

II. С оглед семантичната специфика на полево-то ядро:

1) ФСП с предикативно ядро – напр. ФСП на аспектуалността, таксиса, модалността, залоговостта и гр.;

2) ФСП с предметно (субектно-обектно) ядро – напр. ФСП на субектността/обектността, на определеността/неопределеността;

3) ФСП с качествено-количествено (преимуществено атрибутивно) ядро – напр. ФСП на качествеността, количествеността (при признаците, субстанциите и действията), компаративността и гр.;

4) ФСП с обстоятелствено ядро – напр. ФСП на обусловеността и локативността.

III. Според структурната си специфика:

1) моноцентрични (силно центрирани) – напр. ФСП на темпоралността, на обективната модалност, на компаративността и гр.;

2) полицентрични (слабо центрирани) – напр. ФСП на субективната модалност, на таксиса и гр.;

3) безядрени – в ранните си разработки А. В. Бонгарко отбелязва, че такива са полетата на ФСК, които не се опират на морфологични категории (напр. ФСП на аспектуалността в немския език) (вж. Bondarko, 1971).

Наблюденията върху тази класификационна схема извеждат на преден план няколко смущаващи факта. Преди всичко прави впечатление, че използвайки преимуществено подхода „от значение към форма“, авторът не посочва ясно критериите, с помощта на които са диференцирани отделните типове ФСП в руския език. От друга страна, широко му разбиране за броя на ФСП в естествените езици, както и постановката за съществуването на „полицентрични“ ФСП, правят задачата за написване на функционално-семантична граматика на даден език практически неизпълнима (вж. Kutsarov, 1985: 18).

Не е убедително според нас и обособяването на две отделни ФСП на модалността в руския език, едното от които е силно центрирано, а второто – полицентрично. Именно в светлината на разбирането за „полицентричните“ ФСП по-ранната постановка на изследователя за „безядрените“ полета изглежда недостатъчно мотивирана.

Опит за класификация на ФСП откриваме и в „Очерк по функционално-семантична граматика на българския език“ на И. Куцаров, където са обособени следните разновидности.

I. С оглед на семантичния си обхват:

1) полета на ФСК;

2) микрополета на грамемите в състава на ФСК.

II. С оглед сферата на функциониране:

1) ФСП на именните ФСК – ФСП на детерминативността, компаративността и казуалността;

2) ФСП на глаголните ФСК – ФСП на персоналността, темпоралността, модалността, коментативността, залоговостта, статусността, аспектуалността;

3) ФСП на общите ФСК – ФСП на генеричността и квантитативността.

III. Според структурната си специфика:

1) ядрени (почти всички ФСП в българския език);

2) безядрени (ФСП на казуалността).

Недостатъчно убедителна в този класификационен модел е постановката за съществуването на т.нар. общи ФСП. По наше мнение *генеричността* е типична именна категория (при това лишена от семантично съдържание при повечето имена), а рогът на причастията в структурата на глаголните форми (или на синтетичните преизказни форми) има само структурен (съгласувателен) характер. При *количествеността* ситуацията е по-различна: ако се приеме, че тя е обща ФСК, то нейното ФСП би трябвало да се определи като полицентрично – *числото* е ядро на именната количественост (ФСП на нумералността), а *МК повтораемост* – на вербалното количество (ФСП на кратността) (по-подробно вж.

Chakarova, 2003). Самият автор обаче отхвърля постановката за полицентричните ФСП.

Прави впечатление, че в разглеждания класификационен модел не присъстват такива семантико-функционални зони, каквито са *таксисност, резултативност/нерезултативност, кратност* и др. (притежаващи граматично ядро). Ако това са ФСП, логично е да се зададе въпросът какъв е техният тип.

Обособявайки различните типове ФСП, И. Куцаров изхожда от разбирането си за морфологоцентричен характер на ФСК. Срв.: „Ядро на функционалната граматика на даден език е неговата морфология“ (Kutsarov, 1985: 18). С други думи, анализът на автора не включва в обсега си ФСП, чието ядро е синтактична категория.

Морфологоцентрична е и класификацията на ФСП, която ще представим накратко в следващото изложение. Тя се основава на следните критерии за диференциация:

- 1) сфера на функциониране;
- 2) наличие/отсъствие на структурен център (ядро);
- 2) състав на полевата периферия;
- 3) степен на функционална автономност;
- 4) семантичен обхват.

– Според сферата на функциониране ФСП биват *именни (детерминативност; компаративност; казуалност, генеричност, нумералност) и глаголни (персоналност, темпоралност; модалност; коментативност; залоговост, аспектиалност* и др.).

– Според структурните си особености (наличието или отсъствието на структурен център) биват *ядрени* (почти всички ФСП, както и микрополетата на маркираните ядрени грамемени) и *безядрени* (ФСП на казуалността, микрополетата на немаркираните ядрени грамемени). Ицо се отнася до тезата на А. В. Бондарко за т.нар. „полицентрични“ полета, на този етап тя ни се струва недостатъчно убедителна.

Тук е мястото да отбележим, че в най-ново време И. Куцаров ревизира една от по-ранните си постановки, като отбелязва, че ФСК изграждат микрополета само около маркираните членове на ядрото – морфологична категория, докато немаркираните грамемени „не могат да бъдат морфологични ядра“, т.е. не са в състояние да генерират микрополета. С други думи, ако ядрената категория е двучленна, би трябвало да се говори само за едно функционално-семантично микрополе – това на маркираната грамема (Kutsarov, 2015).

Струва ни се, че така формулираният тезис отчита преди всичко тясно морфологичния аспект при интерпретацията на езиковите факти (подхода *от средства към функции*). Като се има предвид обаче, че немаркираният член във всяка морфологична категория освен *общо значение* притежава и *главно (специфично) значение*, не би могло да се изключи и съществуването на езикови средства, с помощта на които да се изразява това специфично значение. Така например в сферата на немаркираната *неразновременност* функционират маркери за *едновременност*, като наречията и обстоятелствените изрази от типа *сега, едновременно, в този момент* и др.; *деепричастията* и *сегашните причастия* (деетелни и страдателни) и пр.; в сферата на немаркираната *немножественост* функционират маркери за *единичност*, като лексемата *един*, прилагателни или наречия, като *единствен/единствено, сам/само*, собствените съществителни и онимизираните нарицателни имена (срв.: **Ректорът** *подписа заповедта*) и др. под. Подобни факти според нас са в съзвучие с по-ранната постановка на Ив. Куцаров – срв.: „Макрополето на функционално-семантичната категория се състои от *две или повече* (курсивът е мой – К. Ч.) микрополета“ (Kutsarov, 1985: 29).

– Според състава на полевата периферия ФСП в българския език могат да се разделят на два типа: ФСП с *наситена (кондензирана) периферия* (напр. ФСП на модалността, аспектиалността, компаративността) и ФСП с *„разредена“ периферия* (напр. ФСП на безядрените категории, на залоговостта, коментатив-

ността и гр.). Прави впечатление, че микрополетата на немаркираните грамемни в рамките на ядрото обикновено имат „разредена“ периферия (напр. основен модификатор на главното значение на *несубективната модалност* е характерната „обективна“ интонация).

Основните функции на периферийните модификатори (употребени самостоятелно или в съчетание помежду си) са две:

1) да допълват семантичните възможности на ядрото – срв. напр.: **Казват** (периф. лекс. модиф.), *че живеел* (ядрен модиф.) *в богата къща*. В някои случаи с тяхна помощ се преодолява омонимията между отделни граматични форми – срв.: **Хората говорят**, *че си носел знамето тогава* (преизк.), но: **Явно ти си носел знамето тогава** (умозакл.);

2) да се употребяват (макар и по-рядко) вместо конкретни ядрени средства. Налице е следната зависимост: колкото по-голяма е структурната мотивираност на дадено значение, изразявано от определени периферийни модификатори, толкова по-малка е зависимостта на тези модификатори от ядрото. Те се отличават с много голяма функционална активност, дори могат да заместят ядрените модификатори (напр. показателните местоимения могат да „компенсират“ напълно отсъствието на членна морфема при изразяване на индивидуална определеност – срв. *Подай ми чантата = Подай ми тази (онази) чанта*, но: – *Ти обичаш ли ябълки? / – Да, обичам – ябълките са не само вкусни, но и много полезни* (\neq *тези ябълки са не само вкусни, но и много полезни*).

– Според степеня на функционална автономност ФСП биват *самостоятелни* (напр. *темпоралност, модалност, компаративност, залогост* и др.) и *несамостоятелни* – реализират се като частни полета в рамките на самостоятелни ФСК, изразявайки дадено значение в синкретична връзка с други полета от същата категория (такива напр. са ФСП на кратността и таксуса).

– С оглед на семантичния обхват ФСП биват *категориални* (полета на самостоятелните ФСК, у И. Куцаров – *макрополета*), *синкатегориални* (полетата на несамостоятелните ФСК) и *грамемни* (т.е. *микрополета*) – напр. ФСП на *предходността*, на *неопределеността*, на *императивността*, на *результативността* и др. За разлика от микрополетата на грамемите в самостоятелните ФСК, микрополетата на грамемите в несамостоятелните категории също могат да се определят като несамостоятелни.

В светлината на идеята за динамичните отношения (взаимодействието) между различните ФСП в българския език възниква един важен въпрос: може ли да се говори за полета, които са резултат от интерференция на самостоятелни ФСП, и какъв е техният структурен тип? Би ли могло да се допусне например, че широко коментираната българска *евиденциалност* е именно такава ФСП – резултат от взаимодействието между функционално-семантичните полета на модалността и коментативността и източник на богатите нарративни възможности на нашия език?

И макар че настоящият доклад не дава отговор на този и на други отворени въпроси, бихме искали да вярваме, че той отключва една полезна дискусия, която би подпомогнала усилията на лингвистите за осъществяване на детайлно функционално-семантично описание на съвременния български език.

Пълния текст четете в сп. „Български език и литература“; кн. 4

Развитие на нов клас изследователски умения за учене у студентите

Откъс от „Изследователско обучение
в академична среда“

Румяна Неминска

Тракийски университет – Стара Загора

1, Съвременният контекст на изследователското обучение

Актуалност

Проблемът за изследователското обучение, като условие за развитие на изследователски педагогически компетентности у студентите, е предизвикателен за научно разглеждане със своята назряла актуалност в съвременното българско образование. Въвежданите реформи във всички нива и йерархии на българското образование насочват педагогическата наука и практика към един нов подход за разглеждане и опознаване на проблемите. Подход, който се основава на методическия плурализъм, на интердисциплинарност и глобалност, който се позовава на активното и интерактивното учене, но отчита и индивидуалността на личността и изявенията/скритите заложби. Такъв научно-теоретичен и практически подход, който приема и насърчава изявата на различната обоснованост, отхвърля императивността и подкрепя изследователското откритие. Този научно-теоретичен и практически подход, приеман като обща позиция за провеждане на познанието, обучението, образованието (Radev, 2005), тук се назовава изследователско обучение.

В цялост проблемът за изследователското обучение не е непознат в областта на педагогическите науки. С развитие на обществото потребностите, целите и актуалните въпроси, които се решават чрез образователната система, се променят. Днес

Заглавието е на редакцията



www.pedagogy.azbuki.bg

Главен редактор

Проф. д-р Емилия Василева
E-mail: embavassi@abv.bg

Редактор

Любомира Христова
0889 22 12 15

Тел.: 02/425 04 70
02/425 04 71

E-mail: pedagogy@azbuki.bg

Съдържание на сп. „Педагогика“, кн. 5/2017:

ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИ ПРОНИКНОВЕНИЯ

Реалното и виртуалното в музейното образование – върху примера на една реализирана образователна програма / *Вася Делибалтова*

Изследователско обучение в академична среда (Научно-теоретична рефлексия) / *Румяна Неминска*

Аспекти на взаимовръзката между игра и учене / *Боряна Иванова*

120 ГОДИНИ ОТ РОЖДЕНИЕТО НА ЛЕВ СЕМЬОНОВИЧ ВИГОТСКИ

Принос в психологията на творчеството (120 години от рождението на Лев Семьонович Виготски) / *Любен Десев*

Избрано

Лев Семьонович Виготски – психолог и на ХХI век (по случай 120 години от рождението му) / *Любомир Георгиев*

ЧУЖДЕСТРАННИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Anxiety of Students Preparing for the University Entrance Exam towards Math Lessons / *Yildirim Bayazit*

Искусство в жизни людей (образовательная программа по изобразительному искусству) / *Гульнар Омарова*

ДОКТОРАНТСКИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Един поглед към игровите технологии в педагогически контекст / *Валентин Атанасов*

СПОДЕЛЕН ОПИТ

Лятна академия за ученици (VI – VIII клас) – една идея за реализиране на неформално образование по биология / *Иса Хаджиали, Явор Киряков, Александър Милушев, Диана Колева*

Ролята на интерактивните методи на обучение за образователното направление „Конструиране и технологии“ в детската градина / *Румяна Русинова*

Подобряване на качеството на образованието в средишните училища чрез въвеждане на целодневна организация на учебния процес / *Таня Мишева*

НОВИ КНИГИ

Нова и полезна книга / *Йонка Първанова*

Приносен труд към методиката на обучението по български език и литература в началното училище / *Даниела Йорданова*

Едно фундаментално интегрално изследване на ролята на образованието за развитието на ноосферния интелект / *Незабравка Христова*

идеята за изследователското обучение има свои практико-приложни проекции към иновативното преподаване, към подходите и стратегиите за проектобазирано, проблемноориентирано обучение, към цялостната конструктивистка теория. Ето защо в настоящата статия изследователското обучение се разглежда като прагматичен иновационен модел, отговорящ на съвременните проекции и разбирания от научната общност за развитие на креативност, критическо мислене, трансверсални умения и компетентности в областта на преподаването и ученето в академична среда.

В Националната стратегия за развитие на научните изследвания 2020 (приета с решение на Народно събрание, 26.02.2015 г.) се посочва, че креативната дейност на науката в полза на обществото не включва единствено научните изследвания, че полето на иновациите е по-широко от полето на научните изследвания. Иновациите (а оттам и иновативното изследователско обучение) може да се разглеждат като нещо ново в образователната или обществената практика или нещо старо, но усъвършенствано и по-ефективно. Като се има предвид, че изследователското обучение се признава като втори вид иновация, то се насочва първо към ангажиране на академична общност, изграждаща иновационния изследователски процес в академичното обучение. И тази общност е изградена от две основни, симбиозно свързани страни – преподаватели и студенти. В този смисъл, иновационната дейност в академичното обучение се оказва предмет на много хора, ангажирани в академичния процес. Иновацията, като условие за повишаването на качеството на научните изследвания, логично отправя изследователското обучение и към един от приоритетите на Оперативна програма „Наука и образование за интелигентен растеж 2014 – 2020 г.“ в частта му за изграждане на атрактивна научна среда. Може да се каже, че изследователското обучение чрез двете си дейности – учене и преподаване, е актуалната тенденция, очертана в приоритетна ос 2. А именно – да се стимулират и мотивират младите хора да завършат висше образование, чрез иновативно организирана академична среда и повишено качество на висшето образование. Изследователското обучение е насочено към активното включване и създаване на условия за приобщаваща среда (приоритетна ос 3). В контекста на академичната среда тази цел се реализира чрез развиване на умения у студентите за създаване на условия за приобщаващо образование.

В „Стратегия за развитието на висшето образование в Република България за периода 2014 – 2020 г.“ се определя, че един от проблемите, свързан с качеството на висшето образование, е изоставане на методите на преподаване от иновативните тен-

генции в практиката и развитието на способностите на студентите, както и необходимостта от модернизация на учебните програми. Важни за разглеждания проблем в статията са изводите за недостатъчна връзка между обучението и научните изследвания. Важни, защото изследователското обучение, като модел за обучение в академична среда, разгледано в емпирично-изследователската част на статията, доказва една верифицирана и апробирана система за изследователско преподаване, учене и оценъчна изследователска рефлексия. Основен въпрос, на който „изследователското обучение“ се стреми да даде отговор в границите на изследването, е как се преподават не само знания, които имат непосредствено практическо приложение, но и фундаментални знания, които се отнасят до разбирането за света и човека, както и знания, чието практическо приложение е отложено във времето (симулационно базирано преподаване). Чрез изследователското обучение се реализира единството на обучение и научни изследвания, т.е. базиране на обучението върху актуални научни тези или проекти и активното въвличане на студентите в изследователска работа.

С приемане и въвеждане от 01.08.2016 г. на Закона за предучилищното и училищното образование се очертават иновативни полета, които са нормативни опори и рефлексии към качеството на висшето педагогическо образование, а оттам и към изследователските подходи, методи и технологии на обучение в академична среда. Още в очертаване на целите (чл. 5) се откриват важни за настоящата статия нормативни изисквания: придобиване на компетентности за прилагане на принципите за устойчиво развитие; формиране на устойчиви нагласи и мотивация за учене през целия живот; придобиване на компетентности за разбиране на глобални процеси, тенденции и техните взаимовръзки. В новия закон се регламентира система от понятия, която основополага редица бъдещи рефлексии към академичното преподаване.

Регламентират се:

– *образователна иновация* – „иновативност и ефективност в педагогическите практики и в организацията на образователния процес въз основа на научна обоснованост и прогнозиране на резултатите от иновациите“;

– *иновативно училище* – „училища, които постигат подобряване на качеството на образованието, като разработват и въвеждат иновативни елементи по отношение на организацията и/или съдържанието на обучението; организират по нов или усъвършенстван начин управлението, обучението и учебната среда; използват нови методи на преподаване; разработват по нов начин учебно съдържание, учебни програми и учебни планове“.

В този смисъл, реална необходимост и актуална проекция към качеството на висшето педагогическо образование и академичното преподаване стават разработване и утвърждаване на надеждни иновативни матрици за технологично обезпечаване на процеса на образователната иновация и развитието на жизнено иновативно училище.

Защото прилагането на различни иновационни модели в образователното пространство се отразява неминуемо върху методите, формите, ресурсите и начина на организиране на учебно-възпитателния процес. Като продължение на тази промяна, неминуемо се налага и промяна в технологиите чрез прилагане на информиран и технологичен избор по отношение на организацията на учебната дейност, позволяваща разгръщане на творческата активност на учителите и учениците. Въвеждането на нови учебни програми в българското училище пряко рефлектира върху начините на подготовка на студентите педагози. Изследователското обучение е предпоставено от новаторските подходи, имплицитно заложен в тях – *дейностноориентиран, интердисциплинарен, ситуативен и др.* Дейностните перспективи в учебните програми на начален етап ориентират академичната подготовка на студентите към организиране на такава учебна изследователска среда, в която да се развиват педагогически умения за прилагане на изследователския подход към новото учебно съдържание. Защото нова тенденция в методическите разработки

Избрано

на учебното съдържание са именно вариативността и възможността за организиране на среда за изследователско учене на учениците; за развитие чрез учебното съдържание на научна грамотност. В този смисъл, актуалната значимост на изследователското обучение се разглежда като творческо търсене на субектите в образователния процес, изразено посредством анализ на проблем, хипотези за неговото решаване и познавателна рефлексия спрямо резултатите и процеса на познание.

2. Същност на изследователското обучение в академична среда

Основно ядро в изследователското обучение е изследователският подход, чрез който се надграждат и развиват редица методи, умения, практики, които всъщност систематично организират и съставляват същността на изследователското обучение.

Според Савенков (Savenkov, 2004) в основата на изследователското обучение лежат три основни фактора: изследователско поведение, изследователски (продуктивни) методи, изследователско обучение. Изследователското поведение се разглежда като:

- поведение, насочено към намаляване причините за несигурност;
- поведение, насочено към търсенето и придобиването на нова информация;
- фундаментална форма на взаимодействие в реалния свят, насочена към знания (Poddyakov, 2006).

Изследователското поведение, изградено върху познавателна активност на субекта, и загаденият контекст пораждаат мотива за изследователска дейност. Тя е пряко съотнесима с изследователските умения като фактори за успешното ѝ реализиране. За развитие на изследователски умения е необходима целенасочена образователна среда, в която учещият се субект да развие личностни умения за: извеждане на изследователски проблем; разработване на хипотези; наблюдение, експериментирание и формулиране на понятия. Формирането на подобни умения изисква релевантни продуктивни методи, които организират не само среда, но и развиват изследователската мотивация у личността на обучаващия се. Такива методи според характера на познавателната дейност са: проблемно изложение на знанието; евристичен и изследователски метод, репродуктивният метод – като граница между майсторството и творчеството (Skatkin, 1984; Lerner, 1981). Класифицирането на репродуктивните методи в достатъчна степен разкрива същността на изследователското обучение:

- проблемен метод – метод за самостоятелно овладяване на знания, основан на творческата познавателна активност на обучаващия се субект. Технологията включва: създаване на проблемна ситуация; формирането на проблем и хипотеза за тяхното решаване; анализ и прилагане на резултатите в нови проблемни ситуации;
- ситуационен метод – основава се на въвеждането на студентите в проблемна ситуация, като задачата е свързана с разбиране, вземане на решения, превиждане на последиците от това решение, намиране на други възможни решения;
- микропреподаване – творчески метод на обучение, свързан с анализ, коментар и оценка на фрагмент, записан на видеоматериал.

Пълния текст четете в сп. „Педагогика“, кн. 5