

## ИНФОРМАТИКА И МАТЕМАТИКА В КОНТЕКСТЕ МЕТАПРЕДМЕТНОСТИ

<sup>1</sup>С. А. Бешенков, <sup>2</sup>А. Х. Дзамыхов

<sup>1</sup>ФГНУ «Институт содержания и методов обучения» – РАО

<sup>2</sup>Карачаево-Черкесский государственный университет

**Резюме.** В данной статье обсуждаются несколько подходов к совмещению содержания учебных дисциплин информатики и математики.

*Keywords:* mathematics, informatics, interdisciplinary approach, contents

Согласно ФГОС (Федеральные Государственные Образовательные Стандарты) учебные предметы информатика и математика находятся в одной предметной области, что предполагает то или иное совмещение их содержания. Это, несомненно, должно быть отражено в современном общеобразовательном курсе информатики. Возможно несколько подходов к такому совмещению.

1. Предмет информатики есть часть предмета математики.
2. Предметы информатики и математики, в целом, различны, но взаимно дополняемы.
3. Предметы информатики и математики существенно различны, но обе эти учебные дисциплины обладают уникальными метапредметными возможностями, которые во многом едины. С другой стороны, развитие естественно-научного компонента информатики требует привлечения нового и, во многом, не традиционного математического аппарата.

Рассмотрим более подробно каждую из этих возможностей.

1. В учебниках и учебных пособиях по информатике 80-90-х годов прошлого века теоретические основы информатики сводились к следующим вопросам: теория алгоритмов, элементы логики, основы дискретной и вычислительной математики, а также некоторые другие дисциплины. На сегодняшний день этот подход видится как «первое приближение» к реальному соотношению математики и информатики. Учитывая тот факт, что дисциплина информатики не представляет собой единства, а складывается из совокупности различных и, во многом, «ортогональных» концепций, а также наличие названных выше направлений развития общеобразовательного курса информатики можно сказать, что перечисленный выше набор тем относится, прежде всего, к технико-технологическому направлению информатики.

Отождествление особенностей одного этого направления со всем общеобразовательным курсом информатики является не корректным.

**2.** Точка зрения о том, что учебные предметы информатики и математики целесообразно рассматривать как взаимно дополнительные была высказано и обоснована в докторской диссертации Л. Г. Кузнецовой (научный консультант С. А. Бешенков). Суть предложенного ей подхода состоит в следующем.

Как известно, междупредметные связи могут реализовываться как в рамках предметного содержания обучения, так и рамках деятельности. Информатика и математика имеют общий инструмент деятельности – компьютер, который на сегодняшний день применяется в самых различных видах математической деятельности: от арифметических расчетов до поиска закономерностей на весьма абстрактном уровне (А. А. Зенкин, А. Т. Фоменко и др.). Однако попытки найти общее основание для основных концептуальных положений информатики и математики не увенчалось успехом. Более того, стало очевидно, что многие, казалось бы, единые для этих предметов понятия, в действительности трактуются в них по-разному (например, понятие алгоритма). Однако при этом многие понятия информатики и математики обладают свойством взаимной дополняемости, например: «конечное» и «бесконечное», «дискретное» и «непрерывное» и т. д. Как подчеркивает автор эту дополняемость можно рассматривать как проявление общего принципа дополнительности, когда противоположности не противоречат, а дополняют друг друга. Впервые этот принцип был сформулирован Н. Бором в применении к квантовой теории и с тех пор применяется к огромному числу самых разнообразных ситуаций. В диссертации Л. Г. Кузнецовой представлены следующие взаимодополняющие понятия: «дискретность» – «непрерывность», «эффективность» – «алгоритм» – «управление» – «информационная технология» – «неэффективность» – «закономерность» – «случайность», «потенциальная бесконечность» (неограниченный процесс) – «актуальная (завершенная) бесконечность», «последовательность» – «множество», «компьютерный эксперимент» – «математическое доказательство», «синтаксис» – «семантика», «формальные языки» – «формализованные языки». При этом и в информатике, и в математике всегда будут оставаться понятия, не имеющие своего дополнения в другой предметной области.

**3.** Как нам представляется наибольший интерес представляет третья из названных возможностей.

Связь информатики и математики в современном курсе информатики, состоящим из технико-технологического естественно-научного, гуманитарного и метапредметного компонентов при ведущей роли метапредметного компонента является двойкой. Во-первых, исследование информационной среды (информа-

ционных процессов и систем) требует применения развернутого математического аппарата. При этом особенности современной информационной среды таковы, что традиционный математический аппарат (например, дифференциальные уравнения) не является достаточным для описания динамики этой среды. Для ее описания необходимо привлекать элементы нелинейной динамики, основы которой были заложены еще в трудах А. Пуанкаре, А. А. Андронова и получили развитие в трудах многих выдающихся математиков XX века: Х. Хопфа, А. Н. Колмогорова, В. И. Арнольда и в трудах специалистов по методике математики (Grozdev, 2007), и др. Таким образом, выступая в качестве естественно-научной дисциплины, информатика привносит в систему естественно-научного образования свой математический аппарат, который, во многом, отличается от традиционного математического аппарата таких дисциплин, как скажем, физика, биология и др.

Значительная часть этого нового математического аппарата нашла отражение в ряде учебников информатики: И. Г. Семакина, Е. К. Хеннера С. А. Бешенкова, Е. А. Ракитиной, Полякова и др.

Более того, сам инструмент исследования и практического использования этой среды – компьютер, сам по себе «продуцирует» весьма нетривиальную математику. По мнению ряда авторитетных исследователей: академика РАН Ю. И. Журавлева, академика РАН и РАО А. Л. Семенова и др. именно такое, «компьютерное», развитие математики должно стать основным направлением развития математического образования в ближайшие годы Основные вопросы математики, которые, по их мнению, целесообразно включить в курс информатики таковы: полнота формализации вычислимости; универсальная вычисляемая функция; невычислимость; время вычисления; сложность объектов; игры; отдельные математические алгоритмы и структуры данных (Журавлев, 2005).

Эти вопросы существенно расширяют круг математических аспектов информатики по сравнению с традиционным набором тем, представленных в пункте 1. Следует отметить, что практически все перечисленные выше темы включены в содержание примерной программы по информатике для старшей школы (авторы: С. А. Бешенков, В. М. Кирюхин, Э. В. Миндзаева, Е. А. Ракитина, М. С. Цветкова). При этом, согласно ФГОС, информатика и математика ориентированы на достижение *различных* предметных образовательных результатов и в этом плане они могут трактоваться как различные учебные предметы в рамках одной предметной области.

Что же касается *метапредметных* результатов информатики и математики, то можно сказать об их существенном совпадении. Более того, именно метапред-

метные возможности информатики оказываются в настоящее время более востребованными, чем метапредметные возможности математики (в ее традиционном и теоретико-множественном вариантах). В уже упомянутой работе академик Ю. И. Журавлев подчеркивает: «Похоже на долю информатики в школе сейчас выпадает общекультурная роль, выходящая за чисто математическую. В частности, современный человек должен пользоваться понятиями: «объект и его состояние», «переход в новое состояние», «взаимодействие между объектами», «система», «компонент, элемент системы» и т. д. Рассмотрение ситуации информационного взаимодействия элементов системы, т. е. взаимодействия, при котором эти элементы обмениваются сигналами, особенно в ситуации управления, послужило основой для возникновения в середине XX века целого научного направления – кибернетики (основной создатель – известный математик Н. Винер). Понятия «управления», «обратная связь» в наиболее общем понимании также относятся к общекультурному багажу. Однако ни одно из заковыченных слов данного абзаца не разъясняется в «обычных» школьных предметах (математика, русский язык, физика, биология, обществоведение и т. д.), хотя там используются» (Журавлев, 2005). Этот список фактически содержит все существенные для информатики и математики «метапонятия», при этом роль этих метапонятий в образовании существенно выше, чем просто «общекультурная роль» (Миндзаева, 2013).

Заметим также, что роль метапонятий (в том числе сформулированных академиком Ю. И. Журавлевым) важна не только для традиционной информатики. Например, изучение в общеобразовательной школе (и не только в ней) основ квантовых вычислений и квантовых компьютеров в значительной мере упирается в отсутствие понятийного аппарата для описания ряда квантовых эффектов (например «спутанного состояния»), необходимых для понимания сути этих вычислений.

По сравнению с математикой, информатика привнесла в образование очень существенный «лингвистический» момент о котором шла речь в предыдущем параграфе. В отношении математики это означало следующее.

В информатике, в отличие от математики четко и осознанно разделяется содержание основных понятий (в том числе, математических) и форма их представления (традиционное разделение «синтаксиса» и «семантики»). Например, «число» имеет различные формы представления: римскую запись, арабскую запись, представление в виде разнонаправленных стрелок (запись Конуэя) и др. Строго говоря, эти представления не эквивалентны – они по разному выражают сущность числа (его «энергию» по выражению А. Ф. Лосева).

Современная математика, как правило, фиксирует форму представления своих основных понятий, преимущественно, теоретико-множественную. Однако, эта форма далеко не всегда раскрывает суть фундаментальных математических конструкций (П. Вепенка и др.). Более адекватным и подвижным в этом плане оказывается именно язык информатики.

Приведем примеры возможной метапредметной трактовки некоторых понятий, одинаково значимых для информатики и математики. Такая трактовка в значительном большинстве случаев выявляет общеобразовательный смысл данного понятия.

## **Примеры**

### **Системы счисления**

Строго говоря, позиционная система счисления – одно из величайших достижений человеческой мысли. Не было бы ее, не было бы алгоритмов, не было бы информатики. Метапредметная значимость в данном случае имеет несколько аспектов.

1. Сама идея представления всех чисел как «слов» в конечном алфавите. Это вполне параллельно идеи алфавита в естественном языке (первые до этого, как известно, додумались финикийцы). Это, несомненно, фундаментальная идея, в который проявляется общенаучный принцип редукционизма – сведения сложного к более простому.

2. Все «слова» (числа) строятся на основе некой эффективной процедуры, которая, строго говоря, и является алгоритмом. Иными словами в идее «позиционности» заложена идея алгоритмизации.

3. Алгоритм является основной абстрактной структурой выражающей идею «автоматизации», т. е. возможность осуществлять деятельность формально, без применения умственных усилий. Идея автоматизации – это сверхзадача всей науки Нового времени (аналитическая геометрия Декарта, буквенная запись Виета – это ступени на пути автоматизации). Примечательно, что идея (и разработка) формального языка присутствовала у Ньютона и Лейбница. Позиционная система счисления дает принципиальную возможность автоматизации арифметических операций (в римской системе счисления это сделать невозможно).

4. Каждый язык (в данном случае позиционная система по одному из оснований) дает свой образ окружающего мира. Сравнение этих образов позволяет многое понять о сути «языка» как такового (это хорошо представлено в «Занимательной арифметике» И. Перельмана).

### «Алгоритмика»

1. Пункт «3» из предыдущего.

2. Алгоритмизация – идейная основа всех технологий, т. е. деятельности человека, ориентированной на получение заранее заданного результата. По сути, совпадает с регулятивными УУД.

3. Алгоритмизация – идейная основа передачи деятельности автоматическому устройству, в частности, компьютеру.

4. Алгоритм может пониматься двояко – как «запись» эффективного процесса (информатика) и как сам процесс (математика). Эти понимания всё время путают (даже авторы учебников) и т. д.

### Логика

1. Логика – это модель (в целом достаточно грубая) мышления человека. Пример информационной модели. Превращение этой модели в алгебраическую структуру – заслуга Дж. Буля.

2. Логика высказываний, построена по принципу редукционизма (выделены истинные высказывания и правила порождения).

Фундаментальная идея тавтологии: логика не дает новой информации о мире – она только преобразует одни тавтологии в другие, т. е. логика является инструментом организации информации, которая должна быть получена с помощью каких-либо инструментов.

3. Логика как информационная и алгоритмизируемая модель мышления «закладывается» в процессор.

4. Логика – общепринятый способ систематизации информации, одно из проявлений системных связей.

В целом можно сказать, что связь *метапредметного* компонента информатики, то его связь с «компьютерной» (информационной) математикой проявляется, прежде всего:

- через общность метапонятий (что было подчеркнуто выше);
- через общность системы учебных действий.

В подтверждения второго тезиса целесообразно обратиться к работе А. Я. Хинчина, в которой он выделил умственные действия, характерные для математики (Хинчин, 2006).

К таким действиям А. Я. Хинчин относит:

1. *Умение корректно осуществлять обобщение.* Например, если несколько десятков (или даже несколько миллионов) наудачу выбранных объектов обладают каким-нибудь свойством, мы еще не вправе признать, что это свойство принадлежит

всем объектам. Только *доказательство* может дать уверенность в том, что данный признак, действительно, является общим свойством всех объектов.

2. *Умение составлять и реализовать математические модели.* Моделирование как научно познавательный метод в значительной степени реализует метапредметный аспект математики не только с информатикой, физикой, а также с другими научными дисциплинами.

3. *Умение пользоваться обоснованными аналогиями.* Заключение по аналогии служат обычным и законным приемом установления новых закономерностей как в эмпирических науках, так и в обыденной жизни. Заключение по аналогии значительно выигрывает в убедительности, если к чисто эмпирическим данным присоединяются, как это часто бывает, какие-либо теоретические соображения, заставляющие предполагать наличие такой аналогии.

4. *Умение осуществлять полноту и выдержанность классификации.* Требование выдержанности классификации состоит в том, чтобы она проводилась по единому принципу, по единому признаку. Это требование, при строгом мышлении совершенно обязательное, очень часто нарушается не только в обывательских рассуждениях, но и в серьезной практике.

Таким образом, совпадение данных умственных действий с универсальными учебными действиями характерными для информатики (по сути, почти всеми такими действиями) весьма значительное.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Grozdev, S. (2007). *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience. (Theory and Practice)*. Sofia: ADE (ISBN 978-954-92139-1-1), 295 pages.
2. Журавлев, Ю. И. (2005). Фундаментально-математический и общекультурный аспекты школьной информатики. *Вопросы образования*, 3.
3. Хинчин, А. Я. (2006). *Педагогические статьи: Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами*. Серия «Психология, педагогика, технология обучения», 2-е изд. Москва: КомКнига, 208 с.
4. Миндзаева, Э. В. (2013). Курс информатики как метапредмет. *Метафизика*, 4 (10), 76-88.

## REFERENCES:

1. Grozdev, S. (2007). *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience. (Theory and Practice)*. Sofia: ADE (ISBN 978-954-92139-1-1), 295 pages.

2. Zhuravlev, Yu. I. (2005). Fundamental'no-matematicheskii i obshchekul'turnyy aspekty shkol'noy informatiki. Voprosy obrazovaniya, 3.
3. Khinchin, A. Ya. (2006). Pedagogicheskiye stat'i: Voprosy prepodavaniya matematiki. Bor'ba s metodicheskimi shtampami. Seriya «Psikhologiya, pedagogika, tekhnologiya obucheniya», 2-ye izd. Moskva: KomKniga, 208 s.
4. Mindzayeva, E. V. (2013). Kurs informatiki kak metapredmet. Metafizika, 4 (10), 76-88.

## **INFORMATICS AND MATHEMATICS IN THE CONTEXT OF INTERDISCIPLINARITY**

**Abstract.** The present paper considers several approaches to a common content of Informatics and Mathematics teaching disciplines.

✉ **Prof. Sergei Beshenkov, DSc**

Laboratory on Didactics of Informatics  
Institute for Content and Teaching Methods  
Russian Academy of Education  
Moscow, Russia  
E-mail: srg57@mail.ru

✉ **Dr. Alibek Dzamihov, Assoc. Prof.**

Department of Mathematics and Methodology of Teaching  
Karachay-Cherkessian State University  
Cherkessk, Russia  
E-mail: kcsu@mail.ru