

МОТИВАЦИОННИТЕ ЗАДАЧИ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

¹Румяна Маврова, ¹Пенка Рангелова, ²Зара Данаилова-Стойнова

¹Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

²Регионален инспекторат по образованието – Пловдив

Резюме. В настоящата статия е споделен опит за повишаване на мотивацията на учениците в обучението по математика. Акцентът е поставен на мотивационните задачи, допринасящи за промяна на отношението на учениците към предмета математика.

Keywords: motivation, interest, motivational problems

Всеизвестно е, че обучението по математика е немислимо без решаването на задачи. Те присъстват във всеки урок, но известно е също, че не са цел, а средство за постигане на целите в обучението по математика. Ще отбележим, че те са средство за:

- получаване на информация за готовността на учениците за усвояване на ново знание или ново умение;
- подготовка на учениците за усвояване на ново знание или ново умение;
- формиране на ново знание или ново умение;
- затвърдяване на знанията;
- усъвършенстване на уменията;
- мотивиране на новите знания и т.н.

Един от важните въпроси на психологията за всяка дейност на човека се явява въпросът за мотивацията на тази дейност, тъй като именно мотивацията определя какви подбуди, тенденции, потребности и замисли на личността стимулират дейността. Идеята за анализ на дейността като метод на научната психология на човека е заложена в ранните работи на Л. Вигодски (Вигодский Л., 1983). Въведени са понятията „оръдия“, „операции“, „цел“, а също и понятието „мотив“. Така че понятието „дейност“ е свързано с понятието „мотив“. Още А. Леонтиев в (Леонтиев А., 1978: 92) пише: „Дейност без мотив няма; „немотивирана“ дейност – това е дейност, не лишена от мотив, а дейност със субективно и обективно скрит мотив“.

В настоящата статия нямаме за цел да анализираме различните становища на понятията „мотив“, „мотивационна дейност“ и т. н., а ще акцентуваме на мотивационните задачи в обучението по математика.

Ще отбележим, че „под мотив за учебна дейност се разбират всички фактори, обуславящи проявата на учебна активност: потребности, цели, чувство за дълг, интереси и т. н.“ (Илин Е., 2011: 253). Потребността се явява обективна предпоставка за всяка дейност, предпоставка за мотивация. Изменението на мотивите става като правило за изменение на потребностите. За всеки мотив е присъщ действителен характер:

- възбуждане и насочване на дейността;
- придаване на субективен смисъл, изразен в желанието да удовлетвори възникващата потребност.

За да бъде успешна дейността на учения се, е необходимо не само решаване на стоящите пред него задачи в хода на учебната работа, но и „вживяване“ в задачата, превръщане на нейното решение в предмет на своята потребност.

Учебната дейност на ученика не трябва да се осъществява по принуда, а трябва да възникне естествено, по негова инициатива. Това ще стане само тогава, когато той бъде заинтересован или от предмета за изучаване, или от резултата, или от самия процес на учене. Ученето изисква работа. Евклид (древногръцки математик, живял около 300 години преди Христа и написал първия учебник по геометрия) бил попитан дали има някакви кратки пътища, които царят може да използва, за да научи геометрията, тъй като е много зает човек. „Съжалявам – отвърнал Евклид, – но към геометрията няма царски път“. Същото е вярно и за всяка друга наука.

За успешното обучение (съответно и развитие) първостепенно значение имат мотивите, които способстват у ученика да се развие устойчив интерес към ученето въобще и към изучаването на математиката – в частност, стремеж да узнае за дадения предмет повече. Мотивите формират у него увереност в собствените сили, инициативност, любопитство, способност за умствена дейност, вкус към изследователска работа.

Работата на учителя е не да засилва мотивацията като такава, а да открие, да събужда и да поддържа мотивацията на учениците да учат и да се ангажират в дейности, които водят до учене (Славин Р., 2014: 394). Психолозите я определят като вътрешен процес, който активира, насочва и поддържа поведението в течение на времето. Може да кажем, че мотивацията е онова, което ви кара да вървите, което не ви оставя на мира и определя къде се опитвате да отидете.

За създаването на такива мотиви в значителна степен може да способства система от мотивационни задачи, подбуждащи ученика към цялостна и активна познавателна дейност.

Мотивационните задачи, на които ще се спрем в настоящата статия, трябва да бъдат отправна точка на всеки етап от обучението. Те трябва да са предизвикателни, емоционални и свързани с реалния живот. Смятаме, че мотивационните задачи внасят в обучението по математика осъзнатост и създават значителни предпоставки за трайно усвояване на математическите знания. Ще отбележим още, че тези задачи позволяват на учениците в процеса на обучението да откриват за себе си едни или други математически факти, подбуждат ги към мислене над поставените въпроси, изработва се у тях стремеж към разширяване и задълбочаване на знанията, към усъвършенстване на уменията.

Мотивационните задачи предизвикват у ученика очакване и безпокойство, радост от изучаването на математиката.

Считаме, че мотивационните задачи в обучението по математика включват следното:

- подбуждат и развиват устойчив интерес у учещите се към учене, към математиката и нейното приложение;
- подбуждат ученика към самостоятелна, търсеща, творческа работа;
- показват на учещия се практическата значимост на предмета;
- показват на учениците причините за появата на една или друга теория;
- разширяват и задълбочават представите на учещите се за културно-историческата ценност на математиката.

Фактори, определящи мотивацията на учениците, са заинтересоваността, влиянието на опита, на чувствата върху учебния процес, любознателността, рефлексията и т.н. Имайки предвид нашия опит ще изясним някои групи задачи, които допринасят за формирането на мотивацията за учене у тях.

Първа група: Исторически задачи

Това са такива задачи, повечето от които са съставени от известни математици в миналото или достигат до нас чрез математическия фолклор.

Такава задача, достигнала до наши дни, е от известния математик Херон Александрийски (живял през първи век):

Задача 1. Басейн с вместимост 12 кубични единици получава вода през две тръби, от които всеки час едната влива по 1 кубична единица, а другата – по 4 кубични единици. За колко време ще се напълни басейнът, ако двете тръби го пълнят заедно? (Глейзер Г., 1967, с. 207).

Тази задача може да се разгледа при съответната тема в седми клас, като се обърне внимание и на това, че Херон е използвал записването на дробите с хоризонтална черта.

Изучавайки, дробните числа с учениците може да се разгледа задачата на Ж. Озанам – френски автор (X – XI век):

Задача 2. Трима души искат да купят къща за 24 000 ливри. Уговорили се, че първият ще даде половината, вторият – една трета, а третият – останалата част. Колко е дал всеки от тях?

Тази задача също може да се разгледа в седми клас при решаване на задачи от моделиране с линейно уравнение, а също и при темата за част от цяло в пети клас.

Във „Всеобщата аритметика“ на Нютон фигурира следната задача:

Задача 3. Един човек желае да раздели пари между бедните. Ако той имаше с 8 динара повече, би могъл на всеки да даде по три, но той раздал само по два и му останали три. Колко са били бедните?

Тази задача е подходяща за темата „Делимост на числата“ в пети клас.

Индийските математици са се отнасяли към отрицателните числа съвършено по друг начин. Те са тълкували положителните числа като числа, представляващи имущество, а отрицателните – като дългове. Прилагали са към тях всички правила за четирите действия, обаче без необходимата теоретична обосновка.

Ето правилата за събиране и изваждане, изложени от индийския математик Брахмагупта през VII век.

Съвременен запис	Правило на Брахмагупта
1. $a + b = c$	Сумата на две имущества е имущество
2. $(-a) + (-b) = (-c)$	Сумата на два дълга е дълг
3. $a + (-b) = a - b$	Сумата на имущество и дълг е равна на тяхната разлика
4. $a + (-a) = 0$	Сумата на имущество и равен дълг е равна на нула
5. $0 + (-a) = -a$	Сумата на нула и дълг е равна на дълга
6. $0 + a = a$	Сумата на нула и имущество е равна на това имущество
7. $0 - (-a) = a$	Дълг, изваждан от нула се превръща в имущество
8. $0 - a = -a$	Имущество изваждано от нула се превръща в дълг

Индийският математик Бхаскара (XII век) изказва правилата за умножение и деление на рационални числа по следния начин: „Произведението на имущества или на два дълга е имущество; произведението на имущество и дълг е дълг. Такова правило е в сила и при делението“.

Европейските математици дълго време не са одобрявали тези правила, тъй като тълкуването на „имущество-дълг“ предизвиквало недоумение и съмнения. Наистина, могат да се „събират“ или „изваждат“ имущества и дългове, но какъв реален смисъл може има „умножението“ и „делението“ на имущество и дълг?!

Ето защо отрицателните числа трудно са завоювали своето място в математиката.

Втора група: Задачи с допуснати грешки

А) Грешки, допускани от учениците, като се иска грешките да бъдат открити от останалите в класа.

Нашият опит и практика показват, че тези грешки са резултат от неправилни аналогии. Например: при изучаване на квадратен корен и действия с него, ученик пише

$\sqrt{2ab} + \sqrt{3ab} = \sqrt{5ab}$. Тук грешката е в резултат от пренасяне на правилото за събиране

$2ab + 3ab = 5ab$. Друг пример – при разлагане на многочлени на множители се записва

$4a^2b^3 + 6a^2b^2 + 2a^2b = 2a^2b(2b^2 + 3b)$. Тук липсва единицата в скобите по аналогия на това, че $2a^2b - 2a^2b = 0$.

Б) Грешки, умишлено допуснати от учителя.

Например: Намерете стойностите на x , за които дробите $\frac{3x+8}{7-2x}$ и $\frac{3x+8}{4+x}$ са равни.

Щом дробите са равни и числителите им са също равни, то трябва знаменателите им (при $7 - 2x \neq 0$ и $4 + x \neq 0$) да са равни, т.е. $7 - 2x = 4 + x$, откъдето $x = 1$. Учениците се убеждават, че губят решение, защото двете дроби са равни и при $3x + 8 = 0$, т.е. $x = -\frac{8}{3}$. При тази стойност на x и двата знаменателя са различни от нула.

Примерът е подходящ при работа с обикновени дроби в пети клас.

В) Софизми, парадокси.

Софизмите и парадоксите спомагат за правилното, съзнателно и задълбочено усвояване на знанията по математика. Тук трябва да се обърне внимание на учениците не само на това какво гласят изучените правила, а и върху онези неща, които не са верни и главно защо не са верни. Добре е да разберат до каква грешка може да ги доведе пренебрегването на някое правило.

Задача 4. Всяко положително число е по-малко от нула (Арnaudов П. и др., 1996, с. 115).

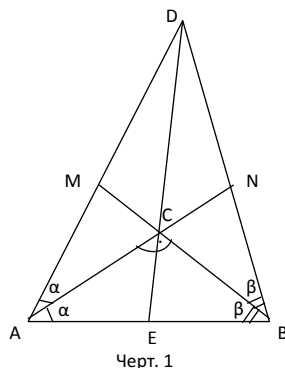
Нека x е произволно положително число. Тогава $2x - 1 < 2x$. Да умножим двете страни на това неравенство с $(-a)$, където $a > 0$. Тогава $-2ax + a < -2ax$, откъдето ще получим $a < 0$.

Този софизъм може да се разгледа при изучаване на линейните неравенства и свойствата им в седми клас. Тук се иска от учениците да открият на какво се дължи този резултат, така че изказаното в началото твърдение да е вярно.

Задача 5. Всеки правоъгълен триъгълник е равнобедрен.

Нека ABC е правоъгълен триъгълник с остри ъгли α и β . Удвояваме тези ъгли чрез $\sphericalangle MAC = \alpha$ и $\sphericalangle NBC = \beta$. Нека $BN \cap AM = D$. Следователно $AC \cap BC$ са ъглополо-

вящи на $\angle BAD$ и $\angle ABD$ съответно (Черт. 1). Тогава $DC \rightarrow$ е ъглополовяща на $\angle ADB$. Нека $DC \rightarrow \cap AB \rightarrow = E$. Понеже $\angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADB = \frac{1}{2} (180^\circ - 2\alpha - 2\beta) = 90^\circ - 2\alpha - 2\beta$, то $\angle ACE = \angle ADC + \angle CAD$ (външен ъгъл на $\triangle ACD$) или $\angle ACE = 90^\circ - \alpha - \beta + \alpha = 90^\circ - \beta = \alpha$ (знаем, че $\alpha + \beta = 90^\circ$). Оказа се, че $\triangle ACE$ е равнобедрен. Аналогично се установява, че $\triangle BCE$ е равнобедрен. Следователно $AE = CE = BE$ и CE е медиана в $\triangle ABC$. Тогава DE е медиана в $\triangle ABD$ и тъй като тя е ъглополовяща, то този триъгълник е равнобедрен. Така $\angle BAD = \angle ABD$ или $2\alpha = 2\beta$, откъдето $\alpha = \beta$, т.е. триъгълник ABC е равнобедрен.



Задача 6. Ще докажем, че $2 = 3$ (Перельман Я., с. 131) Тръгваме от неоспоримото равенство $4 - 10 = 9 - 15$. Към двете страни на равенството прибавяме $6\frac{1}{4}$, т.е. $4 - 10 + 6\frac{1}{4} = 9 - 15 + 6\frac{1}{4}$, преобразуваме двете страни и получаваме $2^2 - 2 \cdot 2.5 \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2$, т.е. $(2 - \frac{5}{2})^2 = (3 - \frac{5}{2})^2$. Коренуваме и получаваме $2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$, откъдето следва $2 = 3$.

Къде е грешката? Грешката е, че от $(2 - \frac{5}{2})^2 = (3 - \frac{5}{2})^2$ се приема, че $2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$.

От това, че квадратите на изразите са равни не следва, че са равни и първите им степени. Квадратите могат да бъдат равни, ако първите степени са с еднакви знаци. В нашия случай имаме $-\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, но $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$.

Този софизъм може да се разгледа при темата „Коренуване“ в осми клас.

Трета група: Занимателни задачи и игри.

Това са такива задачи, които увеличат ученика за активно участие в часовете по математика.

Задача 7. Отгатване на възрастта ви и номера на сградата, в която живеете (Арnaudов П. и др., 1996, с. 115).

Напишете на листче хартия номера на сградата, в която живеете. Умножете го по 2 и към резултата прибавете 5. Полученото умножете по 50 и към него прибавете 365. Към последния резултат прибавете годините си и кажете полученото число.

Веднага може да се каже на кой номер живеете и на колко години сте.

(От казаното число извадете 615. Последните две цифри на разликата показват точно числото на възрастта, а първите – числото на номера на сградата).

Историята е съхранила малко информация от биографията на забележителния математик Диофант. Всичко, което е известно за него, е взето от надписа на неговия гроб – надпис, съставен във формата на математическа задача:

Задача 8. (Перельман Я., 1967, с. 33) Диофант прекарал $1/6$ част от своя живот в детство; $1/12$ част – в юношество; след седмата част прекарана в бездетно съпружество и още 5 години, му се родил син, който умрял, когато станал на половината от годините на своя баща, след което Диофант преживял още 4 години. На колко години е умрял Диофант?

Тази задача е подходяща при темата, свързана с моделиране с линейно уравнение, изучавана в седми клас.

Задача 9. Намерете двуцифрено число, притежаващо свойството: цифрата на десетиците е с 4 по-малка от цифрата на единиците. Ако от числото, записано със същите цифри, но в обратен ред, извадим даденото число, се получава 27 (Перельман Я., 1967, с. 155).

Ще предложим решението на задачата, тъй като резултатът е неочакван.

Означаваме цифрата на десетиците с x , а цифрата на единиците – с y . Така лесно се съставя системата: $\begin{cases} x = y - 4 \\ (10y + x) - (10x + y) = 27 \end{cases}$. Заместваме x от първото уравнение във второто и получаваме $36 = 27$. Стойността на x не е определена. Какво означава $36 = 27$? Това означава, че двуцифреното число, удовлетворяващо поставените условия, не съществува, а съставените уравнения си противоречат едно на друго. Ако първото уравнение умножим по 9, получаваме $9y - 9x = 36$, а след преобразуване на второто уравнение получаваме $9y - 9x = 27$. Един и същи израз е равен на 36 и на 27, което е невъзможно.

На учениците обясняваме, че ако условието на задачата променим така: цифрата на десетиците не е с 4 по-малка от цифрата на единиците, а с 3 по-малка от цифрата на единиците, а останалите условия запазим, ще получим: $10(x + 3) + x - [10x + (x + 3)] = 27$. След опростяване получаваме $27 = 27$. Това равенство е вярно, но отникъде не следва колко е x . Това означава ли, че такова число не съществува? Напротив, означава, че съставеното от нас уравнение е тждество, т.е., че е вярно при всяка стойност на неизвестното x . Лесно можем да се убедим в това, че посочените в задачата свойства притежава всяко двуцифрено число, в което цифрата на единиците е с 3 по-голяма от цифрата на десетиците. Числата тук са: 14 и 41; 25 и 52; 36 и 63; 47 и 74; 58 и 85; 69 и 96.

Индия е една от най-древните и велики страни в света и е родина на позиционната десетична номерация. Появата ѝ в Индия вероятно е през V – VII век. Индийските учени често излагат аритметичните задачи в стихове. Ето една древноиндийска задача:

Задача 10. Кацна от пчелите пета част

върху лист от цветето кадамба.

На съседната сименгда, цяла в цветове,

трета част от тях намери място.
Разликата тяхна намери,
три пъти я събери,
на Кугай пчелите тези постави.
Но пчела една сама остана,
ту назад, ту напред лети
в аромата на цветята, дирейки наслада;
ти на ум пресметни
и на мен сега кажи
броя на пчелите тук дошли.

Четвърта група: Теоретически е възможно решението на дадена задача, но практически е неосъществимо или много трудно се осъществява

Задача 11. Да се реши уравнението $8x^2 + 86x - 147 = 0$.

В седми клас учениците след разлагането на многочлени на множители могат да решават и квадратни уравнения като $x^2 - 5x + 6 = 0$ чрез разлагане, т.е. всяко квадратно уравнение теоретично е решимо чрез разлагане на множители, ако има реални корени. Практически обаче за някои уравнения е много трудно, ако не се знае формулата за разлагане на квадратен тричлен на множители, като например дадената задача. Тук се изтъква, че е необходимо да се намери начин за лесно решаване на всяко едно квадратно уравнение, т.е. мотивира се необходимостта от въвеждане на формулите за намиране на корените на квадратно уравнение.

Задача 12. За правоъгълен триъгълник да се намери хипотенузата, ако катетите са 3 см и 4 см.

Ясно е, че лесно може да се намери чрез построение и измерване дължината на хипотенузата, т.е. теоретично винаги чрез построение на триъгълник и измерване може да се намери дължината на хипотенузата, но практически е почти невъзможно, ако катетите са например 3 м и 4 м. По този начин се мотивира необходимостта от ново знание – Питагоровата теорема, която в проектите за нови учебни програми е предвидена за изучаване в прогимназиалния етап.

Пета група: Задачи от практиката и ежедневието на учениците.

При намиране на стойностите на даден израз може да се разгледа следната задача:

Задача 13. Необходимият ежедневен сън за деца и юноши до 18 години, изразен в часове, се определя от израза $t = 8 + \frac{18 - T}{2}$, където T е възрастта на детето или юношата в години, t – необходимия брой часове за сън. Като се използва този израз, да се състави таблица за продължителността на съня на деца и юноши в зависимост от възрастта.

Т год.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
t часа																		

Пак към темата „Рационални изрази“ може да се разгледа следната задача:

Задача 14. Теглото на крава се определя с приближение по формулата $P = \frac{lk}{50}$, където P е теглото на кравата в килограми; l е дължината на животното от врата до опашката в сантиметри, k е обиколката на животното при плещите в сантиметри. Да се определи теглото на кравата, ако $l = 112$ см, а $k = 170$ см.

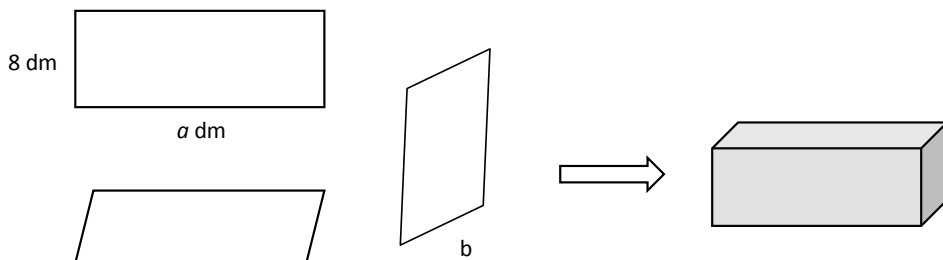
Задача 15. В едно помещение трябва да се монтират 32 електрически крушки, така че да се получи обща мощност 1800 W. На разположение са достатъчно много крушки, но само от 40, 60 и 75 W. По колко начина може да се извърши този монтаж? (Леман Й., 1984, с. 25)

Задачата може да се предложи на учениците след изучаване на темата „Системи уравнения от първа степен“. С нея се мотивира необходимостта от знания по темата, но в нова ситуация – броят на неизвестните е по-голям от броя на уравненията. За целта се съставя системата $\begin{cases} 40x + 60y + 75z = 1800 \\ x + y + z = 32 \end{cases}$, където x, y, z е броят на крушките съответно от 40, 60 и 75 W. След преобразувания се стига до уравнението $y = 26 - \frac{7z}{4}$. Това уравнение има цели положителни решения само при $z = 0; 4; 8; 12$. Поради това са налице следните възможности:

(75 W)	z	0	4	8	12
(60 W)	y	26	19	12	5
(40 W)	x	6	9	12	15

След изучаване на еднакви триъгълници може да се даде следната:

Задача 16. Майстор Андрей изработва аквариуми с форма на правоъгълен паралелепипед, като разполага с три вида стъклени листове. За всеки аквариум задължително използва от всеки вид, без да ги реже. На схема 1 са показани трите вида листове и един от възможните начини за използването им като съседни стени. Лицето на лист (1) е 72 dm^2 , а лицето на лист (2) е 36 dm^2 .



а) Намерете стойностите на a и b в дециметри.

б) Един от аквариумите трябва да е без капак (отворен отгоре). Майстор Андрей иска да използва най-малко квадратни дециметри стъкло. Той съобразил, че това зависи от избора на лист за дъното. Кой от листовете (1), (2) или (3) трябва да избере за дъното на аквариума?

в) Андрей иска да направи аквариум, който да събира най-малко вода. Водата, която се намира в аквариума, достига до 1 dm под горния ръб. Кой лист трябва да избере за дъно в този случай?

(Задачата е от НВО по математика в VII клас, 23 май, 2013 г.)

Очевидно, в подусловия б) и в) е необходимо учениците да проявят повече съобразителност и да се досетят, че за да се спести стъкло, трябва дъното да е с най-голяма площ. И в двете подусловия се провокира мисленето на учениците и се проверяват уменията за практическо прилагане на математическите знания.

Задача 17. В магазин е направена сезонна разпродажба на фланелки. В магазина има различни модели на различни цени.

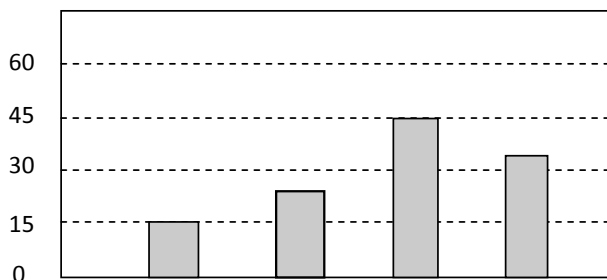
а) Във вестника продавачът сложил обява: „Продавам фланелки на средна цена 8 лева“.

Като имате предвид информацията, определете „Винаги“, „Никога“ или „Понякога“ е вярно твърдението:

№	Твърдение	Твърдението е вярно		
		Винаги	Никога	Понякога
1	Половината от фланелките струват по-малко от 8 лева, а другата половина – повече от 8 лева			
2	Някои от фланелките струват по-малко от 8 лева			
3	Всички фланелки струват по 8 лева			

б) В магазина Асен и Петър си харесали фланелки с единична цена 10 лв. Продавачът им предложил да изберат един от следните варианти на отстъпка:

Вариант 1. Плащаш три фланелки, получаваш пет фланелки.



Вариант 2. Плащаш 5 фланелки, получаваш 7 фланелки.

При кой от двата варианта цената на една фланелка е най-ниска?

в) На графиката е показан броят на продадените фланелки от четири модела, означени

с цифрите от 1 до 4. Продавачът знаел, че общо от моделите „Фантазия“ и „Лято“ е продал толкова фланелки, колкото общо от моделите „Вечер“ и „Герой“. От модела „Вечер“ е продал повече фланелки, отколкото от модела „Лято“, но по-малко, отколкото от модела „Герой“.

Срещу всяка цифра запишете модела на фланелката, така че информацията на графиката да съответства на продажбите.

(Задачата е от примерен тест за НВО по математика от в. „Аз Буки“, 2012, бр.19).

ЛИТЕРАТУРА

- Арnaudов, П., Арnaudова, Л., Хованский, Ал. (1996). *Полезна и забавна математика*. София: Народна просвета.
- Выгодский, Л. С. (1983). *Собрание сочинений в шести томах. Проблемы развития психики*, том 3. Москва: Педагогика.
- Глейзер, Г. (1967). *История на математиката в училище. Помагало за учителя*. София: Народна просвета.
- Grozdev, S. (2007). *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice)*. Sofia: ADE (ISBN 978-954-92139-1-1), 295 pages.
- Ильин, Е. (2011). *Мотивация и мотивы*. Санкт Петербург: Питер. (ISBN 978-5-459-00574-5).
- Князева, Е., Гроздев, С., Георгиева, М., Гълъбова, Д. (2013). *Синергетичният подход във висшето педагогическо образование (Върху примери от дидактиката на математиката)*. В. Търново: СЛОВО (ISBN 978-954-439-986-3), 215 страници + 4 приложения.
- Леман, Й. (1984). *Занимателна математика*. София: Народна просвета.
- Леонтиев, А. (1978). *Дейност. Съзнание. Личност*. София: Партиздат.
- Перельман, Я. (1967). *Занимательная алгебра*. Москва: Наука.
- Перельман, Я. (1962). *Забавна геометрия*. София: Техника.
- Славин, Р. (2014). *Педагогическа психология*. София: Наука и изкуство. (ISBN 954-0-20293-0).
- Вестник „Аз Буки“. (2012). бр.19, 10 – 16 май.

REFERENCES

- Arnaudov, P., Arnaudova, L., Hovanskiy, Al. (1996). *Polezna i zabavna matematika*. Sofiya: Narodna prosveta.
- Vaygodskiy, L. S. (1983). *Sobranie sochinenii v shesti tomah. Problemy razvitiya psihiki*, tom 3. Moskva: Pedagogika.
- Gleyzer, G. (1967). *Istoriya na matematikata v uchilishte. Pomagalo za uchitelya*. Sofiya: Narodna prosveta.

- Grozdev, S. (2007). *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice)*. Sofia: ADE (ISBN 978-954-92139-1-1), 295 pages.
- Ilyin, E. (2011). *Motivatsiya i motivay*. Sankt Peterburg: Piter. (ISBN 978-5-459-00574-5).
- Knyazeva, E., Grozdev, S., Georgieva, M., Galabova, D. (2013). *Sinergetichniyat podhod vav vissheto pedagogicheskoto obrazovanie (Varhu primeri ot didaktikata na matematikata)*. V. Tarnovo: SLOVO (ISBN 978-954-439-986-3), 215 stranitsi + 4 prilozheniya.
- Leman, Y. (1984). *Zanimatelna matematika*. Sofiya: Narodna prosveta.
- Leontiev, A. (1978). *Deynost. Saznanie. Lichnost*. Sofiya: Partizdat.
- Perelyman, Ya. (1967). *Zanimatelynaya algebra*. Moskva: Nauka.
- Perelyman, Ya. (1962). *Zabavna geometriya*. Sofiya: Tehnika.
- Slavin, R. (2014). *Pedagogicheska psihologiya*. Sofiya: Nauka i izkustvo. (ISBN 954-0-20293-0).
- Vestnik „Az Buki“. (2012). br.19, 10 – 16 may.

MOTIVATIONAL PROBLEMS IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract. In the current article an attempt for increasing the students' motivation in the Mathematics education is presented. It is emphasized on the motivation problems contributing to a positive change in the students, attitude towards Mathematics as a subject.

✉ ¹⁾ **Dr. Rumjana Mavrova, Assoc. Prof.**

✉ ²⁾ **Dr. Penka Rangelova, Assoc. Prof.**

Faculty of Mathematics and Informatics
University of Plovdiv
Plovdiv, Bulgaria

E-mail: ¹⁾rummav@abv.bg ²⁾rangelova_penka@abv.bg

✉ **Mrs. Zara Danailova-Stojnova**

Senior expert of mathematics
Regional Inspectorate of Education
Plovdiv, Bulgaria
E-mail: zara_dan@abv.bg