Contest Problems
Конкурсни задачи

Рубриката се води от доц. д-р Веселин Ненков

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ НА БРОЯ

Задача 1. За реалните положителни числа $x_1, x_2, \dots, x_n$ (n ≥ 2) е изпълнено равенството $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2=s$. Да се докаже неравенството

$$\frac{x_1^3}{s-x_1^2}+\frac{x_2^3}{s-x_2^2}+\cdots+\frac{x_n^3}{s-x_n^2}\geq\frac{\sqrt{ns}}{n-1}.$$

Кога се достига равенство?

Лучиан Туцеску, Крайова и Мариан Вионеа, Букурещ

Задача 2. Нека M и N са такива точки съответно от страните AC и BC на остроъгълния триъгълник ABC, че да е изпълнено равенството $\sphericalangle AMB+\sphericalangle ANB=180^\circ$. Ако P и Q са средите съответно на отсечките AN и BM, а T е пресечната им точка, да се докаже, че когато точките M и N менят положенията си върху страните AC и BC, описаната около ΔPQT окръжност минава през постоянна точка. Къде лежи тази точка?

Хаим Хаимов, Варна

Задача 3. Дадени са сфера S и точките $A_1, A_2, \dots, A_n$ върху нея. Да се определи множеството от точки P, които са вътрешни за S и удовлетворяват равенството $\frac{A_1P}{PB_1}+\frac{A_2P}{PB_2}+\cdots+\frac{A_nP}{PB_n}=n$, където B_k е пресечната точка на A_kP и S ($k = 1,2,\dots n$).

Христо Лесов, Казанлък

Краен срок за изпращане на решения 31 декември 2015 г.

Конкурсът продължава и през настоящата година. В края на 2015 г. ще бъдат определени читателите с най-интересни решения на конкурсните задачи, а така също най-активните композитори на нови задачи, както и авторите на най-интересните статии. Първенците ще получат безплатни годишни абонаменти за 2016 г.

Решенията трябват да бъдат представяни ясно, като всяка задача е задължително да бъде на отделен лист. Моля, изпращайте решенията на адреса на редакцията или в електронен вид на mathinfo@azbuki.bg *и* vnenkov@mail.bg