Educational Matters/
Въпроси на преподаването

АНАЛИЗ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ОБЛАСТНИЯ КРЪГ НА МЕЖДУНАРОДНОТО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ „ЕВРОПЕЙСКО КЕНГУРУ“ ЗА СТУДЕНТИ

[1]Веселин Ненков, [2]Йордан Петков
[1]Технически колеж – Ловеч
[2]Икономически университет – Варна

Резюме. Статията предлага състезателната тема за студенти от областния кръг на международното състезание „Европейско кенгуру“ през 2015 г. Разгледани са методически решения на задачите и е направен анализ на постигнатите резултати.
Keywords: mathematics competition, problem solving, university student

Математическите способности се определят от министрите на образованието в Европа като „ключови способности, необходими за лична реализация, активна гражданска позиция, социално приобщаване и годност за работа в общество, основаващо се на знанията“.[1] В същото време, както посочват (Николаев & Станчева, 2013), във все повече сфери от живота (банкова дейност, застраховане, корпоративни финанси, инвестиционна дейност, управление на ресурси, планиране и прогнозиране и др.) постоянно възниква необходимостта от различни по вид и сложност математически изчисления. В посочения контекст считаме, че е необходимо обучението по математика във висшите училища в страната да се развива с цел осигуряване на необходимите математически знания, умения и компетенции на студентите.

Знанията за математическите факти, т.е. декларативните знания (аксиоми, определения, теореми, доказателства, решения), са готови (статични) продукти и тяхното усвояване може да става чрез преподаване и обясняване. От друга страна, уменията за използване на математическите методи, т.е. алгоритмичните знания, са процеси (динамични) и тяхното усвояване предполага „динамизъм“.[2] В тази връзка смятаме, че участието в различни състезания и олимпиади води до по-добро усвояване на адекватни умения за използване на математически методи.

Математическите олимпиади, безспорно, са сред най-популярните форми на занимания в областта на математиката извън учебния план (Engel, 1999). За студентите от висшите училища в България съществуват различни възможности за изява в тази посока – Национална студентска олимпиада по математика, SEEMOUS и др. Към тях през 2015 г. беше добавена още една, тъй като за първа година бяха предложени задачи и за студенти на най-масовото математическо състезание за ученици – „Европейско кенгуру“.

Целта на настоящата статия е да се представят условията на задачите от темата за студенти на провелия се на 22.03.2015 г. областен кръг на международното математическо състезание „Европейско кенгуру“, както и възможни методически подходи за тяхното решаване.

Условия на задачите

Форматът на състезанието за студенти през 2015 г. включваше 20 задачи, като във всяка от тях следваше да се избере един верен отговор от общо пет. Времето за работа беше 75 минути. Максималният брой точки, които можеха да съберат участниците, беше 100, като верен отговор на всяка от задачите се оценяваше с по 5 точки.

1. Коя от изброените матрици е обратна на матрицата $\begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}$?

A) $\begin{Vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}$ **B)** $\begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}$ **C)** $\begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}$ **D)** $\begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}$ **E)** $\begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{Vmatrix}$

2. Ако A и B са квадратни ненулеви матрици и е в сила $A^2 = 2AB$, то със сигурност е изпълнено:

A) $A^3 = 2A^2B^{-1}$ **B)** $A = 2B$ **C)** $A = B$ **D)** $A = E$

E) нито едно от предходните

3. Дадена е редицата от квадратни 2×2 матрици: $A_1, A_2, ..., A_n, ...$, за която $A_1 = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{Vmatrix}$ и $A_n = 2A_{n-1} + E$ за $\forall n \in \mathrm{N}, n \geq 2$ (E е единичната матрица). Матрицата A_{2015} е равна на:

A) $\begin{Vmatrix} 2^{2015} & 2^{2015} \\ 2^{2015} & 2^{2015} \end{Vmatrix}$ **B)** $\begin{Vmatrix} 2^{2015} & 2^{2014} \\ 2^{2014} & 2^{2015} \end{Vmatrix}$ **C)** $\begin{Vmatrix} 2^{2015}-1 & 2^{2014} \\ 2^{2014} & 2^{2015}-1 \end{Vmatrix}$

D) $\begin{Vmatrix} 2^{2015} & 2^{2014}+1 \\ 2^{2014}+1 & 2^{2015} \end{Vmatrix}$ **E)** $\begin{Vmatrix} 2^{2015} & 2^{2014}-1 \\ 2^{2014}-1 & 2^{2015} \end{Vmatrix}$

4. Ако k е цяло число в интервала $[-3,3]$ и стойността на детерминантата $\begin{vmatrix} 1 & 2 & k \\ k & 2 & 1 \\ 1 & k & 2 \end{vmatrix}$ се дели на 3, то броят на възможните стойности на k е:

A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 7

5. Колко е броят на точките с целочислени координати във вътрешността на елипсата с уравнение $5x^2 + 9y^2 = 45$?

A) 21 **B)** 25 **C)** 27 **D)** 30 **E)** 32

6. В равнината са дадени успоредните прави $l_1 : y = 3x + 2$ и $l_2 : 3x - y - 5 = 0$. Коя от изброените точки лежи между двете прави?

A) $(-10,0)$ **B)** $(6,-6)$ **C)** $(-1,-2)$ **D)** $\left(\frac{1}{2},5\right)$ **E)** $\left(6,\frac{1}{2}\right)$

7. Намерете вида и лицето S на фигурата, ограничена от линията с уравнение $403|x| + 5|y| = 2015$.

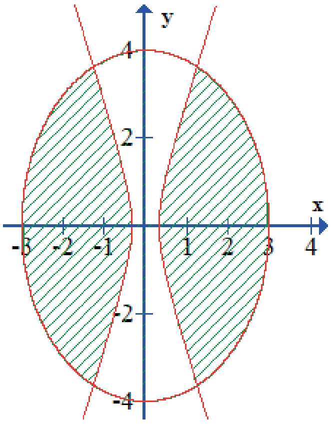
A) Квадрат, S=4030 **B)** Ромб, S=8060 **C)** Ромб, S=4030

D) Успоредник, лицето не може да се намери **E)** Ромб, S=2015

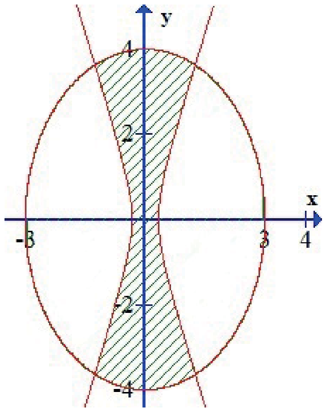
8. В параболата $x^2 = 2y$ е вписан равностранен ΔABC, единият от върховете на който съвпада с върха на параболата. Да се намери дължината на страната на триъгълника.

A) $2\sqrt{3}$ **B)** $3\sqrt{2}$ **C)** $4\sqrt{3}$ **D)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **E)** 6

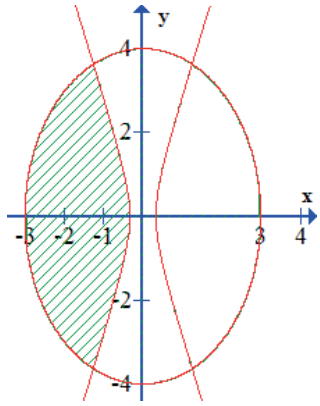
9. Кое от защрихованите е множеството от точки (x, y) в равнината, за които $\left|\begin{array}{l} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1 \\ x^2 - \frac{y^2}{9} \leq 1 \end{array}\right.$:



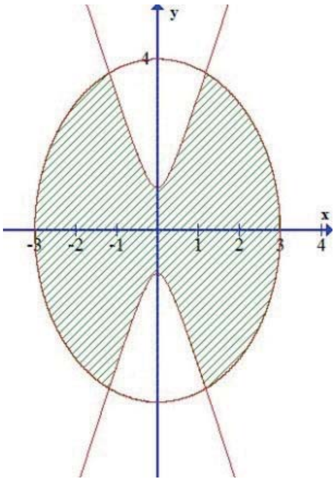
A)



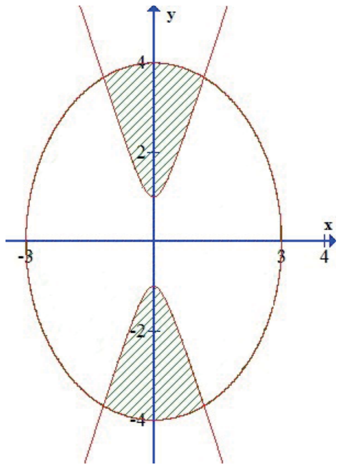
B)



C)



D)



E)

10. Ако $xf(1-x)-(1+x)f(4+x)=2x$, то $f(0)$ е равно на:

A) -6 **B)** -12 **C)** 0 **D)** 6 **E)** 12

11. Стойността на $\arcsin\left(\operatorname{tg}\dfrac{2015\pi}{4}\right)$ е:

A) -1 **B)** $-\dfrac{\pi}{4}$ **C)** $-\dfrac{\pi}{2}$ **D)** $\dfrac{\pi}{2}$ **E)** 1

12. Броят на всички двуцифрени числа с четни цифри, които се делят на 4, е:

A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 14 **E)** 24

13. Ако x е корен на уравнението $x^2-8x+12=0$, то $6x+e^{-\ln 0{,}25}$ със сигурност:

A) не е цяло число **B)** се дели на 4 **C)** се дели на 6
D) е отрицателно число **E)** е просто число

14. Ако $m(n)$ е най малката стойност на функцията $f(x) = x^n - x^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$) в интервала $[0,1]$, то границата $\lim\limits_{n \to \infty} n.m(n)$ е равна на:

A) $-\frac{1}{e}$ **B)** $\frac{1}{e}$ **C)** 0 **D)** $-\infty$ **E)** $+\infty$

15. Ако вероятността числото 2 да е корен на уравнението $3mx^4 - 12nx^3 + 4x - 2 = 0$ е равна на 1, то вероятността m и n да са едновременно цели числа е равна на:

A) 1 **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** 0 **D)** $\frac{2}{3}$ **E)** $\frac{1}{6}$

16. Ако $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$ и $\int\limits_0^a xe^{nx} dx = \frac{1}{n^2}$, то зависимостта между a и n е:

A) $a = n$ **B)** $a = \frac{1}{n}$ **C)** $a = e^n$ **D)** $a = \frac{1}{n^2}$ **E)** $a = e^{-n}$

17. Цената на един хладилник е 400 лв., а на една пералня – 300 лв. Разполагате с общ бюджет 8400 лв. Колко е максималният общ брой на уредите от двата вида, които може да закупите, ако са необходими поне 9 хладилника и поне 12 перални?

A) 21 **B)** 22 **C)** 23 **D)** 24 **E)** 25

18. Търговец е закупил даден продукт на цена 1000 лв. На каква цена трябва да го продаде, за да реализира 20% печалба от приходите, получени при неговата продажба?

A) 1200 **B)** 1250 **C)** 1800 **D)** 1125 **E)** 2000

19. В началото на седмицата цената на дадена стока намалява с 30%. В края на седмицата цената се увеличава с 40% спрямо текущата. Да се определи процентът на изменение на цената в края на седмицата спрямо нивото и от началото на седмицата.

A) 2% намаление **B)** 10% увеличение **C)** 12% увеличение
D) 2% увеличение **E)** 10% намаление

20. Инвеститор разполага с 10 000 лв. свободен капитал, които трябва да инвестира в два проекта – A и B. Годишната доходност на проект A е 7%, а на проект

B – 10%. Каква част от сумата следва да инвестира той във всеки от двата проекта, ако желае да си осигури годишен доход 820 лв.?

Забележка. Под доходност следва да се разбира доходът от проекта, изразен като процент от инвестираната в него сума.

A) $\frac{3}{5}$ в A и $\frac{2}{5}$ в B **B)** $\frac{1}{2}$ в A и $\frac{1}{2}$ в B **C)** $\frac{3}{4}$ в A и $\frac{1}{4}$ в B

D) $\frac{1}{5}$ в A и $\frac{4}{5}$ в B **E)** $\frac{2}{5}$ в A и $\frac{3}{5}$ в B

Възможни подходи за решаване на задачите

Авторите не претендират, че предложените решения на задачите са единствени.

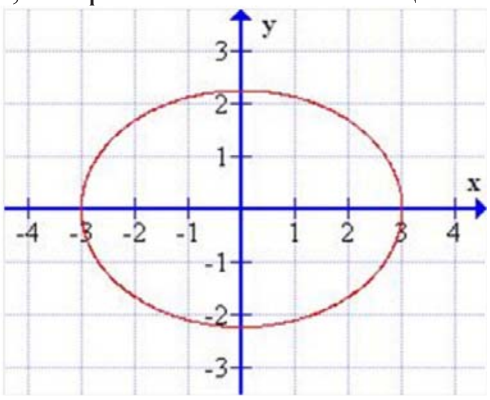
1. Отг. D) $\begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}$**.** Нека $A = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}$. Като се използва например формулата за намиране на обратна матрица, се получава $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{Vmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{Vmatrix} = \frac{1}{-1}\begin{Vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{Vmatrix}$. Обратната матрица може да бъде намерена и по метода на Гаус-Жордан. Верният отговор може да бъде определен и с непосредствена проверка, като се използва равенството $A.A^{-1} = E$ (E – единичната матрица).

2. Отг. E) нито едно от предходните**.** Очевидно отговори A), C) и D) не са верни. Отговор B) също не е верен, тъй като в условието не е посочено, че матрицата A е обратима. Според нас тук най-вероятната заблуда по отношение на отговор B) би се дължала на следните разсъждения: $A^2 = 2AB \Rightarrow A^2 - 2AB = O \Rightarrow A(A - 2B) = O \Rightarrow A - 2B = O$ (тъй като A е ненулева матрица) или $A = 2B$. Последното съждение е грешно, тъй като произведение на две ненулеви матрици може да е равно на нулевата матрица.

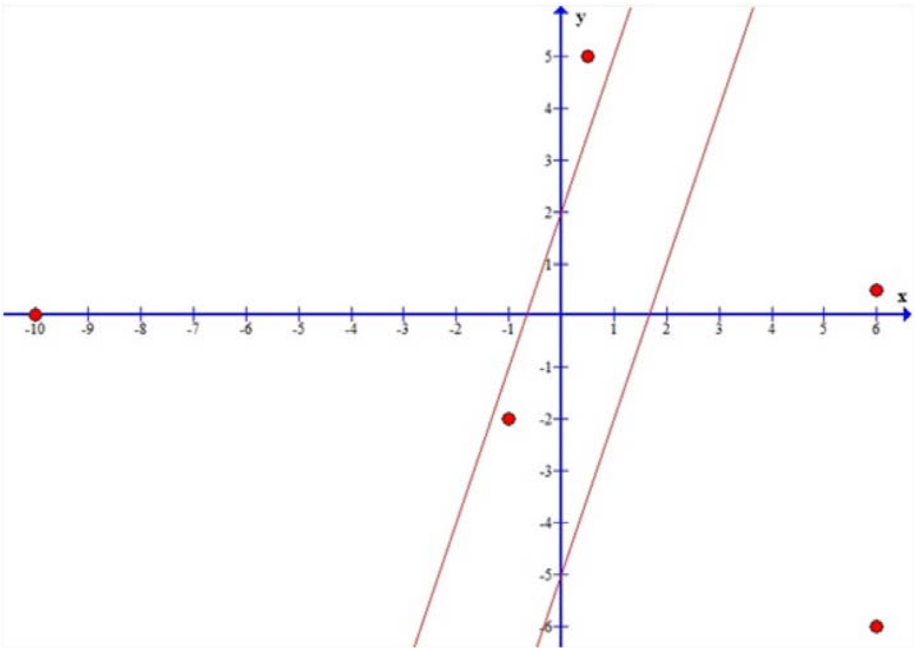
3. Отг. C) $\begin{Vmatrix} 2^{2015}-1 & 2^{2014} \\ 2^{2014} & 2^{2015}-1 \end{Vmatrix}$. $A_2 = 2A_1 + E = \begin{Vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{Vmatrix}$, $A_3 = 2A_2 + E = \begin{Vmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 7 \end{Vmatrix}$, $A_4 = 2A_3 + E = \begin{Vmatrix} 15 & 8 \\ 8 & 15 \end{Vmatrix}$. По метода на математическата индукция лесно се намира, че $A_n = 2A_{n-1} + E = \begin{Vmatrix} 2^n-1 & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^n-1 \end{Vmatrix}$. Тогава $A_{2015} = \begin{Vmatrix} 2^{2015}-1 & 2^{2014} \\ 2^{2014} & 2^{2015}-1 \end{Vmatrix}$. За решаването на задачата може да се използва и друг подход, представен в (Николаев & Петков, 2014).

4. Отг. **Е) 7**. Детерминантата е от трети ред и може да се пресметне например по правилото на Сарус: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & k \\ k & 2 & 1 \\ 1 & k & 2 \end{vmatrix} = k^3 - 7k + 6$. С непосредствена проверка се установява, че за всяко цяло число от интервала $[-3, 3]$ стойността на детерминантата се дели на 3.

5. Отг. **А) 21**. $5x^2 + 9y^2 = 45 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} = 1$. Точката (x,y) лежи във вътрешността на елипсата, ако координатите ѝ удовлетворяват неравенството $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{5} < 1$. Непосредствено се установява, че броят на тези точки с целочислени координати е 21.



6. Отг. С) $(-1\ -2)$. Правите l_1 и l_2 са изобразени на следващата фигура. Непосредствено се вижда, че от изброените точки между двете прави лежи точката $(-1,-2)$.



7. Отг. С) Ромб, S=4030. Уравнението на линията

$$403|x|+5|y|=2015 \Leftrightarrow \begin{cases} 403x+5y=2015 \ \textit{при}\ x\ge 0, y\ge 0; \\ 403x-5y=2015 \ \textit{при}\ x\ge 0, y\le 0; \\ -403x+5y=2015 \ \textit{при}\ x\le 0, y\ge 0; \\ 403x+5y=-2015 \ \textit{при}\ x\le 0, y\le 0. \end{cases}$$

Фигурата, ограничена от нея, е ромб с върхове точките (–5, 0), (0,403), (5,0), (0, –403), диагоналите на който имат дължини 10 и 806. Лицето на ромба е $S=\frac{1}{2}.10.806=4030$.

8. Отг. С) $4\sqrt{3}$. Нека точка A съвпада с върха на параболата (0,0). Точките B и C са симетрични относно ординатната ос и имат координати съответно $\left(-a,\frac{a^2}{2}\right)$ и $\left(a,\frac{a^2}{2}\right)$, a > 0. Тогава дължината на страната BC е $2a$, а на страната AB е $\sqrt{a^2+\frac{a^4}{4}}$.
Тъй като ΔABC е равностранен, то $2a=\sqrt{a^2+\frac{a^4}{4}}$, откъдето намираме $a=2\sqrt{3}$.

9. Отг. В). Решения на първото неравенство в системата са всички точки от вътрешността и границата на централна елипса, малката ос на която лежи върху Ox, а голямата – върху Oy. Решения на второто неравенство са всички точки между двата клона (и по границата) на централна хипербола, реалната ос на която лежи върху Ox, а имагинерната – върху Oy. Сечението на двете множества от точки е защрихованата област от фиг. В).

10. Отг. В) -12. Ако в уравнението се замести $x=1$, се получава $f(0)-2f(5)=2$, а ако се замести $x=-4$, се получава $-4f(5)+3f(0)=-8$. От решението на системата $\begin{vmatrix} f(0)-2f(5)=2 \\ 3f(0)-4f(5)=-8 \end{vmatrix}$ намираме, че $f(0)=-12$.

11. Отг. С) $-\frac{\pi}{2}$.

$$\arcsin\left(\operatorname{tg}\frac{2015\pi}{4}\right)=\arcsin\left(\operatorname{tg}\left(503\pi+\frac{3\pi}{4}\right)\right)=\arcsin\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}\right)=\arcsin(-1)==-\frac{\pi}{2}.$$

12. Отг. С) 12. Сред двуцифрените числа, първата цифра на които е 2, 4, 6 или 8, за всяка от тях има точно по три числа, които се делят на 4. Следователно общият им брой е 4.3=12.

13. Отг. В) 4. Корените на уравнението $x^2-8x+12=0$ са $x_1=2$ и $x_2=6$. Ако $x_1=2$, то $6x+e^{-\ln 0,25}=6.2+4=16$, което се дели на 4. Ако $x_2=6$, то $6x+e^{-\ln 0,25}=6.6+4=40$, което също се дели на 4·

14. Отг. А) $-\frac{1}{e}$. Ако $n=1$, то $f(x)=x-1$ и $m(1)=-1$. Ако $n\geq 2$,то $f'(x)=nx^{n-1}-(n-1)x^{n-2}=x^{n-2}\left(nx-(n-1)\right)=0\Rightarrow x_1=0$ и $x_2=\frac{n-1}{n}\in\left(0,1\right)$. Функцията има единствен екстремум (минимум) в интервала $\left[0,1\right]$ (както за четни, така и за нечетни n) и $m(n)=f\left(\frac{n-1}{n}\right)=-\frac{1}{n}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n-1}$. Тогава:

$$\lim_{n\to\infty}n.\left(-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n-1}=\lim_{n\to\infty}\left[-\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{-1}\right]=-\frac{1}{e}.$$

15. Отг. С) 0. От условието следва, че числото 2 със сигурност е корен на даденото уравнение, откъдето $48m-96n+6=0$ или $8m-16n+1=0$. Последното уравнение няма решения в цели числа, тъй като в този случай разликата $8m-16n$ не би могла да е равна на – 1.

16. Отг. В) $a=\frac{1}{n}$. Като се приложи формулата за интегриране по части, за решението на интеграла се получава $\int_0^a xe^{nx}dx=\frac{1}{n}ae^{na}-\frac{1}{n^2}e^{na}+\frac{1}{n^2}$. Тогава $\frac{1}{n}ae^{na}-\frac{1}{n^2}e^{na}+\frac{1}{n^2}=\frac{1}{n^2}$ или $e^{na}(na-1)=0$, откъдето $a=\frac{1}{n}$.

17. Отг. Е) 25. Разходите за закупуване на необходимия брой хладилници и перални са равни на 9.400+12.300=7200 лв. Лесно се вижда, че с останалите 1200 лв. могат да се закупят най-много още 4 уреда (перални).

18. Отг. В) 1250. Означаваме продажната цена на продукта с x. Печалбата на търговеца е равна на x – 1000. От уравнението $x-1000=\frac{20}{100}x$ намираме x = 1250 лв.

19. Отг. А) 2% намаление. Означаваме с x началната цена на стоката. След намалението с 30% стойността й е $0,7x$, а след увеличението с 40% стойността й е $1,4.0,7x=0,98x$. Следователно цената е намаляла с 2% в края на седмицата спрямо нивото й от началото на седмицата.

20. Отг. А) $\frac{3}{5}$ в A и $\frac{2}{5}$ в B. Означаваме с x сумата, която трябва да се инвестира в проект A, а с y – сумата, която трябва да се инвестира в проект B. От условието следва, че трябва да са изпълнени равенствата $x + y = 10000$ и $0,07x + 0,1y = 820$. От системата $\left| \begin{array}{l} x + y = 10000 \\ 0,07x + 0,1y = 820 \end{array} \right.$ се намира $x = 6000$, $y = 4000$. В проект A следва да се инвестира $\frac{6000}{10000} = \frac{3}{5}$ от свободния капитал, а в проект B – съответно $\frac{4000}{10000} = \frac{2}{5}$ от свободния капитал.

***

В състезанието през 2015 г. участваха няколко студенти (всички от Икономически университет – Варна). На първо място се класира Виктория Станчева, V курс, с 95 точки, второто място си поделиха първокурсниците Калоян Жеков и Петър Даскалов с 50 точки, а трето място зае първокурсникът Адриан Калчев с 40 точки.

По наше мнение задачите в предложената тема са балансирани и дават възможност на участниците в състезанието да покажат своите знания, като се има предвид, че обхващат основни области на математиката, изучавани от студентите във висшите училища в България. Освен това по-голямата част от тях предполагат кратки решения, а при някои верният отговор може да се определи непосредствено чрез проверка. Въпреки това трима от споменатите четирима студенти са събрали половината или по-малко от половината точки. Причината може да се търси както в самата тема, така и в нивото на математическа подготовка и опит на участниците в състезанието.

В заключение ще си позволим да изразим мнение, че малкият брой студенти, които взеха участие в международното състезание „Европейско кенгуру“, се дължи не толкова на слаб интерес към подобен вид състезания, а по-скоро на недостатъчна информираност и разгласяване на инициативата. Поради това смятаме, че са необходими действия за по-широко популяризиране не само на това състезание, но и на всички извънаудиторни прояви по математика и останалите дисциплини.

БЕЛЕЖКИ:

1. „*Mathematics Education in Europe: Common Challenges and National Policies*“– Доклад на Европейската комисия, достъпен на http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132EN.pdf към 28.05.2015г.
2. Лалчев, Здр. & М. Върбанова & И. Здравкова. Концепция за съвременното обучение по математика на студенти – бъдещи начални учители, достъпен на http://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=665 към 28.05.2015г.

ЛИТЕРАТУРА

Николаев, Р. & В. Станчева (2013). Проблеми и перспективи пред развитието на магистърското обучение по математика за икономисти и връзката му с практиката (сс. 98 – 108). В: *Сб. с доклади от Кръгла маса с международно участие „Магистърското обучение – проблеми и визия за бъдещето“*, изд. „Наука и икономика“.

Engel, Arthur (1999). *Problem-solving strategies*. New York: Springer, 1999, p.1.

Николаев, Р. & Й. Петков (2014). Някои методически обобщения за решаване на един тип задачи от линейната алгебра. *Математика и информатика*, 2, 155 – 165.

Николаев, Р. (2015). Едно интересно свойство за някои класове реални функции. *Математика и информатика*, 5, 456 – 462.

Гроздев, С. & В. Ненков (2014), Някои методически подходи за съставяне на задачи за олимпиади, *Математика и информатика*, 57 (3), 309 – 316.

Гроздев, С. (2010). *Математика за икономисти*. София: ВЗФ.

Гроздев, С. (2005). *Европейско кенгуру*. София: СМБ.

Grozdev, S. (Grozdev), (2007). For high achievements in mathematics. *The Bulgarian experience (theory and Practice*). Sofia: Association for the Development of Education.

REFERENCES

Nikolaev, R. & V. Stancheva (2013). Problemi i perspektivi pred razvitieto na magistarskoto obuchenie po matematika za ikonomisti i vrazkata mu s praktikata (pp. 98-108). In: *Sb. s dokladi ot Kragla masa s mezhdunarodno uchastie Magistarskoto obuchenie–problemi i viziya za badeshteto*, izd. Nauka i ikonomika, 2013.

Nikolaev, R. & Y. Petkov (2014). Nyakoi metodicheski obobshteniya za reshavane na edin tip zadachi ot lineynata algebra. *Matematika i informatika*, 2, 2014, 155–165.

Nikolaev, R. (2015). Edno interesno svoystvo za nyakoi klasove realni funktsii. *Matematika i informatika*, 5, 456–462.

Grozdev, S. & V. Nenkov (2014), Nyakoi metodicheski podhodi za sastavyane na zada-

chi za olimpiadi, *Matematika i informatika*, 57 (3), 309–316.
Grozdev, S. (2010). *Matematika za ikonomisti*. Sofiya: VZF.
Grozdev, S. (2005). *Evropeysko kenguru.* Sofiya: SMB.
Grozdev, S. (Grozdev), (2007). For high achievements in mathematics. *The Bulgarian experience (theory and Practice*). Sofia: Association for the Development of Education.

ANALYSIS OF THE PAPER FOR THE REGIONAL ROUND OF THE INTERNATIONAL MATHEMATICAL COMPETITION FOR UNIVERSITY STUDENTS "EUROPEAN KANGAROO"

Abstract. The paper proposes the competition paper for university students from the regional round of the International mathematical competition "European Kangaroo" in 2015. Methodological solutions of the problems are considered and an analysis of the results is proposed.

✉ **Dr. Veselin Nenkov, Assoc. Prof.**
Technical College Lovech
31, Sajko Saev Str.
Lovech, Bulgaria
E-mail:vnenkov@mail.bg

✉ **Dr. Yordan Petkov, Assist. Prof.**
University of Economics – Varna
77, Kniaz Boris I Blvd.
9002 Varna, Bulgaria
E-mail: jr_petkov@ue-varna.bg