

ИСТОРИЧЕСКИ ПРЕДПОСТАВКИ ЗА СМЯТАНЕТО С ПРЪСТИ И ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА НА УЧЕНИЦИ СЪС СПЕЦИАЛНИ ОБРАЗОВАТЕЛНИ ПОТРЕБНОСТИ

Милен Замфиров

Софийски университет „Св. Климент Охридски“

Резюме. Статията разглежда историческото развитие на смятането с пръсти, като акцентира върху възможностите за приложение в обучението на ученици със специални образователни потребности, особено на ученици с увреден слух. Взети са под внимание и други ученици с нарушения като дискалкулия и аутизъм, а така също и ученици без нарушения.

Keywords: finger Math, mathematics education, disability, hearing loss, dyscalculia, autism

Смятането с пръсти в обучението по математика никога не е било приемано еднозначно не само в България, но и по света. Често учениците биват мъмрени, че използват пръстите си за броене или извършване на пресмятания (Kolpas, 2002). Минавайки през масови убеждения, че такъв подход не е математика, че е в контраст с правилната методология и няма как да развие математическо мислене сред учениците, се достига и до положение, при което се допуска и дискусия в тази посока. На какво се дължи това? На първо място, през последните години се приеха закон и наредба, гарантиращи равноправен достъп до общообразователните училища на ученици с различни специални образователни потребности. Така в един клас е възможно да има както ученици без нарушения, така и ученици с увреден слух или зрение, с умствена изостаналост или аутизъм (Замфиров, 2015). Това провокира и търсенето на нови похвати в обучението, особено в тези дисциплини, които по правило се приемат за „трудни“ – математика, физика, химия. А това търсене има съвсем обективни предпоставки. Например не е възможно в клас, в който има

двама ученици с тотална слепота, учителят да напише на дъската дадено уравнение и да очаква, че това ще бъде достатъчно дадената задача да бъде решена и от слепите ученици. Тук ще са необходими и допълнителни средства, като брайлово шило и брайлова хартия или пък портативна брайлова машина, за да бъде записана задачата от учениците. За това обаче е необходимо слепият ученик да е овладял и брайловото писмо, при това и допълнително да е усвоил и брайловите знаци, и правилата, свързани с математическия запис, използвани в България.

Затова съвсем не е случайно, че почти навсякъде по света учениците с увредено зрение срещат трудности в обучението по математика. Например Нолан и Ашкрофт (1959) по (Радулов, 2013) установяват, че постиженията по математика на зрително затруднените са с 15% по-ниски от тези на виждащите. Стуров, Шини и Рудолф (1970) по (Радулов, 2013) считат, че слепите ученици имат проблеми с математиката, защото нямат необходимия опит в понятийното развитие. Те срещат трудности в понятия като размер, големина, количество и пр. В България също много активно се работи в посока преодоляване на трудностите в обучението по математика при зрително затруднени, като тук могат да се посочат публикациите на С. Гроздев и Е. Петрова (Гроздев & Петрова, 2013), (Петрова, 2014).

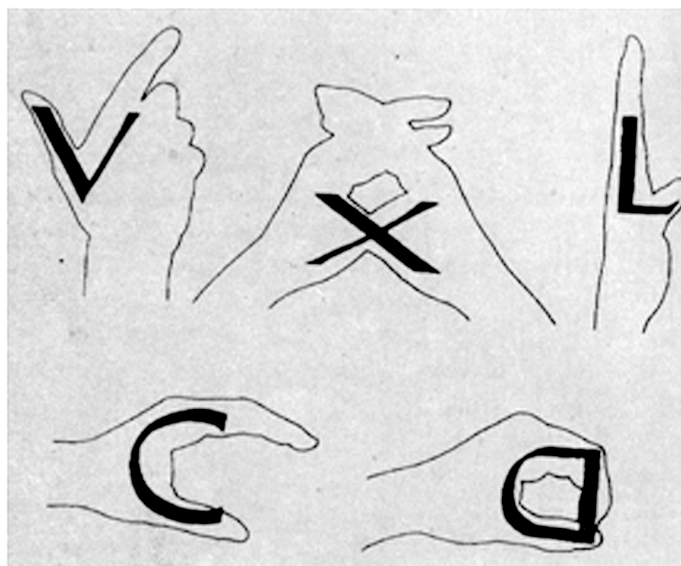
Не по-различно стои въпросът и с други ученици със СОП, обучаващи се в общообразователните училища. Такъв е случаят с учениците с дислексия. Учениците с дислексия често бъркат някои букви с други – например „б“ с „д“ или „н“ с „п“, или пък размястват местата на буквите в думите. В. Иванов твърди, че огледалната форма на дислексия (т.е. четене от дясно наляво – например думата *вода* ще се прочете като *адов*) често е комбинирана от дискалкулия, което представлява разстройство на способността за писмено смятане. Но благодарение на развитието на педагогическата и психологическата диагностика това нарушение вече се диагностицира не толкова трудно както преди години. Все пак диагностицирането му невинаги е лесно, понеже то (дислексията) се покрива с вторични невротични нарушения, които отклоняват вниманието на родителите и учителите в друга посока. От друга страна, учениците с увреден слух често си служат с жестов език, улеснявайки по този начин общуването си. А пластичността на жестовия език, неговото знание от учениците, позволява по-лесното възприемане на насоките и подходите при смятането с пръсти в часовете по математика.

И така, оказва се, че има една немалка група ученици със специални образователни потребности (с увреден слух, увредено зрение, дискалкулия), които се обучават в общообразователните училища, но срещат трудности, особено в обучението по математика. Успоредно с това смятането с пръсти не е забранена територия и за учениците без нарушения. Няколко проучвания са показали и ползата от смятането

с пръсти като обучително средство за ученици без зрителни нарушения. Използването на смятането с пръсти е проучено от Бенсън (1980) по (Maddux et al, 1983). Той изследва две групи от зрящи деца в I клас и установява, че групата, запозната със смятането с пръсти, достига до 74% на верни отговори, докато групата, която не е била запозната с този метод, отбелязва резултат 30%. Тъй като този подход не е никакъв курioз, тъкмо обратното – използван е активно през вековете, особено при търговски преговори, тук ще се спрем основно на историческите предпоставки, довели до използването на смятането с пръсти.

Античност и Средновековие

Смятането с пръсти е известно от векове и е било присъщо не само на римляните и гърците. Археолози, историци, етнолози и филолози откриват следи от него във всички епохи и всички райони на света. Например възникването на римските цифри се обосновава като идеограми на различни положения на ръцете (фигура 1).



Фигура 1. Римски цифри (Березнай & Филеп, 1988)

Жорж Ифра прави сравнение на две системи, използвани при смятането с пръсти – на монаха Беда Достопочтени и на *Фарханги Джихангири*, персийски речник от XVI в., преведен с коментар на френски от Силвестър дьо Саси. Ифра посочва, че съвпадението на две системи, описани с интервал от девет века, в две

така отдалечени територии, каквито са Ирландия и Персия, е наистина смайващо (Ифра, 2005). Тези два текста показват как на едната ръка се използвали отделно кутрето, безименният и средният пръст, за да се изразят простите единици, а палецът или показалецът или и двата – за десетиците. След това, с помощта на другата ръка, се изразявали стотиците и хилядните чрез жестове, съответно симетрични на тези за десетиците и единиците. Според ориенталското описание: „За да се посочи 10 000, се свързва цялостно краят на палеца с края на показалеца и част от втората му фаланга (така че нокътят на показалеца да бъде срещу нокътя на палеца, а краят на единия – на едно ниво с края на другия)“.

От своя страна, Беда Достопочтени (673 – 735), който е упражнил значително влияние върху развитието на средновековна Европа чрез своето произведение „*De ratione temporum*“⁽¹⁾, казва: „За да се посочи 10 000, поставяш в средата на гърдите обърнатата си лява ръка, като пръстите са огънати назад (откъм горната им част) към врата“⁽¹⁾.

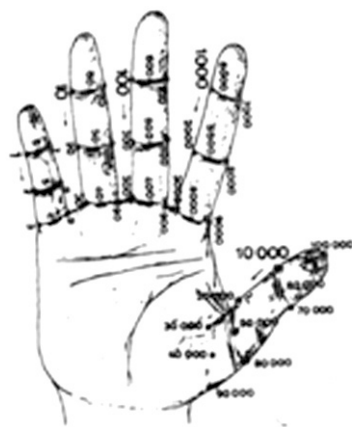
Ж. Ифра посочва и техника за броене на пръсти до 10 милиарда, която се е употребявала в Китай през XIX в., но съществува и в наши дни в някои части на Китай. При този начин всяка става, намираща се под фаланга, се подразделя на три части: лява страна на ставата, среда на ставата и дясна страна на ставата. Така всеки пръст съответства на деветте последователни единици от една десетична степен: дясното кутре – на обикновените единици, безименният на същата ръка – на десетиците, средният пръст – на стотиците, показалецът – на хилядите, и десният палец – на десетките хиляди. После левият палец – на стотиците хиляди, показалецът на същата ръка – на милионите, и т.н. На дясното кутре се брои първо от 1 до 3, като се докосват последователно от лявата страна горната, средната и първата става. После се брои от 4 до 6, като последователно се докосват по средата първата, средната и последната става. Накрая се брои от 7 до 9, като се гледа дясната страна от горе надолу на горната, средната и долната става (фигура 2).

На десния безименен пръст се действа по същия начин, като се брои първо от 10 до 30, после от 40 до 60 и накрая от 70 до 90. Пак така се брои на десния среден пръст, за да се преброи от 100 до 900. И така нататък. По този начин, когато се стигне до първата става на лявото кутре, вече сме преброили числата до девет милиарда. Техниката позволява, поне на теория, да се брои до сто хиляди на едната ръка и да се стигне до десет милиарда на двете (фигура 3).

Една от многото причини за широкото разпространение на системата на смятането с пръсти е в нейния таен характер. Беда Достопочтени дава обяснение и пример за такова мълчаливо общуване (фигура 4), след като установява съответствие между латинските букви и целите числа: „За да кажете на някой приятел „*Caute*

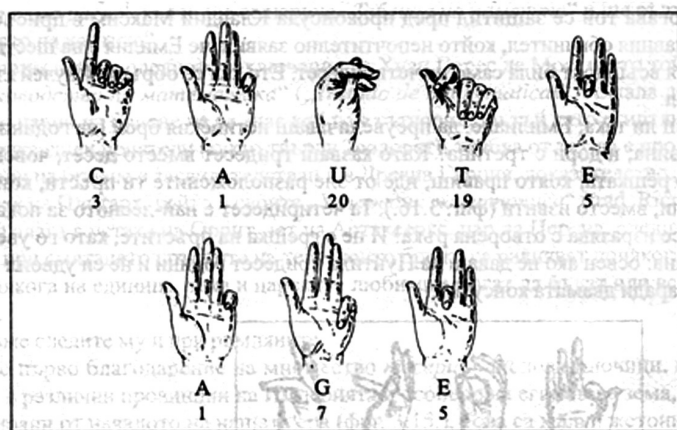


Фигура 2. Техника за броене до 10 млрд. Всеки пръст съответства на деветте последователни единици от една десетична степен (по Ж. Ифра, 2005)



Фигура 3. Техника за броене до 10 млрд.

age“ (пази се) в присъствието на недискретни или опасни хора, направи с пръсти (следните последователни жестове) (Ифра, 2005):



Фигура 4. Съответствие между латинските букви и целите числа при Беда Достопочтени (по Ж. Ифра, 2005)

Ако искаш да бъдеш още по-потаен, можеш дори да му изпратиш тези числа в писмен вид“.

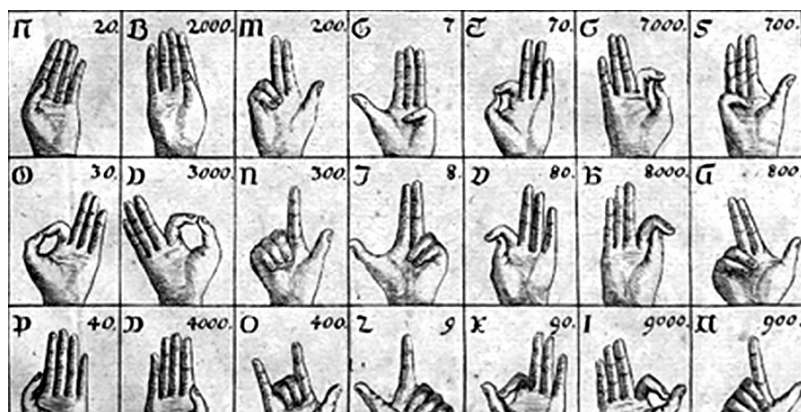
След падането на Римската империя същата пръстова бройна система била широко прилагана на Запад до края на Средновековието, като дори се явявала един от най-забележителните педагогически инструменти на средновековното образование. При това, преди не повече от четиристотин години, употребата ѝ била така широко разпространена сред европейските интелектуалци, че учебник по аритметика бил считан за достоен единствено ако съдържа подробни обяснения за тази система.

Такова описание например срещаме в труда на известния италиански математик Лука Пачоли – *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita* (Всичко за аритметиката, геометрията, пропорциите и пропорционалностите), отпечатана във Венеция през 1494 г. В нея се описва похват за пресмятане с пръсти (фигура 5).



Фигура 5. Пресмятане с пръсти от труда на Л. Пачоли *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita*²⁾

Демонстрация за смятане с пръсти се намира и в друг основополагащ учебник, този на Якоб Леополд – *Theatrum arithmetico-geometricum*, публикуван в Германия през 1727 г.



Фигура 6. Демонстрация на смятане с пръсти от учебника на Я. Леополд ³⁾



Фигура 7. Демонстрация на смятане с пръсти от учебника на Я. Леополд ³⁾

Смятане на пръсти при прабългарите и славяните

М. Бейков прави сериозни изследвания върху математическите познания на българите през VII – XIV в. (2004).

Бейков счита, че смятането с пръсти се владее от славяните още когато се обособяват като самостоятелна етническа група (X в. пр. Р. Хр.). Показателно е обстоятелството, че от всички славянски езици само в българския език съществува терминът „брои“ (броя). Това означава назоваване на числата поред. Когато пръстите започват да се ползват за броене, то придобива значението „смятам, броя“.

М. Бейков описва и броенето, което се е извършвало по вътрешните стави на лявата и дясната ръка. Ставите на лявата ръка са разделени условно на три зони: крайна (външна), средна и вътрешна. За палеца, който има само две стави, условно се приема, че са три. Първата става е тази до дланта, следващата по посока към върха на пръста е втора, в същата посока следващата е трета. С помощта на дясната ръка лесно могат да се подредят числата до 50 върху лявата по следния начин (фигура 8): по външната зона на малкия пръст от долу нагоре по ставите се подреждат числата 1, 2, 3; по средната зона от горе надолу по ставите – 4, 5, 6; по вътрешната зона от долу нагоре – числата 7, 8, 9. Подгъването на малкия пръст до дланта означава числото 10. Аналогично се подреждат (записват) останалите числа – съответно на безименния (11 – 20), на средния (21 – 30), на показалеца (31 – 40) и на палеца (41 – 50).



Фигура 8. Изобразена лява ръка със записване на числата от 1 до 50 върху вътрешните ѝ стави (по М. Бейков).

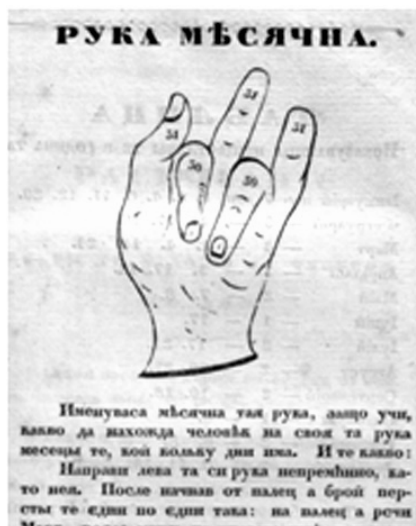


Фигура 9. Изобразена дясна ръка със записани означените по-горе числа

На дясната ръка на върха на малкия пръст се записва числото 60, на върха на безименния – 70, на върха на средния – 80, на върха на показалеца – 90, и на върха на палеца – 100 (фигура 9). Върху вътрешните стави на дясната ръка се подреждат числата по следния начин: върху първата става на малкия пръст е числото 150, върху втората – 200, върху третата – 250. Подгъването на малкия пръст означава числото 300. Аналогично се подреждат (записват) числата на безименния (350, 400, 450, 500), на средния (550, 600, 650, 700), на показалеца (750, 800, 850, 900). За палеца остават 950 върху реалната става и 1000 при подгъване.

Този начин на означаване на числата, който използват славяни и прабългари, се предава от поколение на поколение и по време на турското робство. Само така можем да обясним факта, че в нашите килийни училища през Възраждането се изучава предметът „смятане ръкам“, което ще рече смятане с помощта на пръстите на ръцете (Бейков, 2004).

Смятането с помощта на ръката е било използвано, а и още се използва, при установяването на броя на дните в даден месец (фигура 10). Христати Павлович описва в своята „Аритметика или научна числителна“ (1833 г.) този метод, като пише, че „Именува са мѣсячна тая рука, защо учи, какво да нахожда человек на своя та рука месецы те, кои сколько дни има. И те како! Направи лева та си рука непремѣнно, като нѣя. После нѣчавъ отъ пальца а брой персты те едни по едни така: на палецъ а рече Мѣсяцъ...“



Фигура 10. Установяване броя на дните в даден месец с помощта на пръстите на ръката (Павлович, 1833)

Заклучение

Безспорно, смятането с пръсти се явява атрактивна възможност за усвояването на даден материал по математика. Убедени сме, че този начин може да подпомогне далеч по-успешно обучението по математика на учениците с различни нарушения, отколкото традиционните методи, използвани в училище, които обикновено забраняват използването на пръсти при извършването на различни аритметични операции. Успехът в това начинание дава увереност и удоволствие от уроците. Например при учениците с увреден слух използването на жестове е нещо напълно естествено, а смятането с пръсти идеално се вписва в тази система. При зрително затруднените ученици тактилните свойства на смятането с пръсти ги правят привлекателни за тях, тъй като развиването и използването на тактилноста е един от основните похвати и методи при тях.

В допълнение, смятането с пръсти не се нуждае от специално оборудване, а това го прави винаги достъпно. Друго предимство е, че може да се упражнява математика, без да се привлича вниманието на другите.

БЕЛЕЖКИ

1. http://www.nabkal.de/beda/beda_01.html
2. <http://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-paciolis-summa>
3. <http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuView?url=/mpiwg/online/permanent/library/XCXD9TX1/pageimg&start=221&viewMode=images&pn=222&mode=imagepath>

ЛИТЕРАТУРА

- Бейков, М. (2004). *Математическите познания на българите през VII – XIV в.* В. Търново.
- Березнай, Г. & Л. Филеп (1988). *История на цифрите*. София.
- Гроздев, С. & Петрова, Е. (2013). Върху преподаването на математика на ученици със зрители увреждания, *Математика и информатика*, т. 56, 4, 314 – 316.
- Замфиров, М. (2015). *Специфични форми на работа по математика и информатика за деца и ученици със специални образователни потребности*. София: УИ „Св. Климент Охридски“.
- Ифра, Ж. (2005). *Енциклопедична история на цифрите, т. I*. София.
- Радулов, Вл. (2013). Ресурсно подпомагане на интегрираните зрители затруднени ученици. *Обучение и рехабилитация на зрители затруднени*, т. 3, 1 – 2, 9 – 20.
- Павлович, Хр. (1833). *Аритметика или научна числителна*. Белград.
- Петрова, Е (2014). *Формиране на математически умения у ученици I – IV клас с увредено зрение. Автореферат на дисертационен труд*. Пловдив: ПУ „П. Хилендарски“.
- Kolpas, S. (2002). Let Your Fingers Do the Multiplying, *Mathematics Teacher*, vol. 95, Issue 4, 246 – 251.

Maddux, Cl., Cates, D. & V. Sowell (1983). Abacus or Fingermath: How Do We Decide? *Journal of Visual Impairment and Blindness*, v. 77, 5, 210 – 213.

REFERENCES

- Beykov, M. (2004). *Matematicheskite poznaniya na balgarite prez VII – XIV v.* V. Tarnovo.
- Bereznay, G. & L. Filep (1988). *Istoriya na tsifrite*. Sofiya
- Grozdev, S. & Petrova, E. (2013). Varhu prepodavaneto na matematika na uchenitsi sas zritelni uvrezhdaniya. *Matematika i informatika*. (56) 4, 314 – 316.
- Zamfirov, M. (2015). *Spetsifichni formi na rabota po matematika i informatika za detsa i uchenitsi sas spetsialni obrazovatelni potrebnosti*. Sofiya: UI „Sv. Kliment Ohridski“.
- Ifra, Zh. (2005). *Entsiklopedichna istoriya na tsifrite, t.1*. Sofiya.
- Radulov, Vl. (2013). *Resursno podpomagane na integriranite zritelno zatrudneni uchenitsi. Obuchenie i rehabilitatsiya na zritelno zatrudneni, t. 3*, 1 – 2, 9 – 20.
- Pavlovich, Hr. (1833). *Aritmetika ili nauchna chislitelna*. Belgrad.
- Petrova, E (2014). *Formirane na matematicheski umeniya u uchenitsi I – IV klas s uvredeno zrenie. Avtoreferat na disertatsionen trud*. Plovdiv: PU „P. Hilendarski“.
- Kolpas, S. (2002). Let Your Fingers Do the Multiplying, *Mathematics Teacher*, vol. 95, Issue 4, 246 – 251.
- Maddux, Cl., Cates, D. & V. Sowell (1983). Abacus or Fingermath: How Do We Decide? *Journal of Visual Impairment and Blindness*, v. 77, 5, 210 – 213.

HISTORICAL PREREQUISITES FOR FINGER MATH AND THE MATHEMATICS EDUCATION OF STUDENTS WITH SPECIAL EDUCATIONAL NEEDS

Abstract. This article overviews the historical development of finger Math accenting on the possibilities for its implication in the teaching process of students with special educational needs, namely students with hearing loss. Other students with disabilities like dyscalculia and autism are taken under consideration and also students without disabilities.

✉ **Dr. Milen Zamfirov, Assoc. Prof.**

Department of Special Education and Speech Therapy
Sofia University
15, Tsar Osvoboditel Blvd.
1504 Sofia, Bulgaria
E-mail: milen_zamfirov@abv.bg