

ПРАКТИЧЕСКА ЗАДАЧА ОТ ТИП PISA, ИЗСЛЕДВАНА С ПОМОЩТА НА СОФТУЕР ЗА ОБЩО ПРИЛОЖЕНИЕ

¹Сава Гроздев, ²Десислава Георгиева

¹Висше училище по застраховане и финанси

²Русенски университет „Ангел Кънчев“

Резюме. Статията е посветена на една практическа задача по математика. Предложен е дидактически сценарий за урок по математика, базиран на многовариантно представяне с използване на динамични чертежи и електронни таблици.

Keywords: mathematics, practical problem, multiple representations, spreadsheets

Въведение

Решавайки задачи, свързани с реалния живот, учащите осъзнават приложимостта на математиката и повишават мотивацията си за боравене с математически понятия. Предложена е практическа задача с достъпна за учениците тематика. Разработен е дидактически сценарий за провеждане на урок по математика, включващ използването готови *GeoGebra* илюстрации, и експериментална работа със софтуер с общо приложение – *Microsoft Excel*. За целта са интегрирани принципи на дейността подход, разрешаване на проблемни ситуации, математическо моделиране и експериментиране, множествоно представяне на информация, създаване на нови задачи чрез разширяване на първоначалната задача и работа в сътрудничество.

Теоретични основи

Програмата за международно оценяване на учениците (PISA) на Организацията за икономическо сътрудничество и развитие (OECD) оценява компетентността на учениците чрез обща международна рамка. В ядрото на тези стандарти е понятието *математическа грамотност*, което е дефинирано като *способност на учениците да определят и разбират ролята на математиката в съвременния свят, да формулират аргументирани*

твърдения и да използват математическо познание по начин, който отговаря на потребностите на активната и търсеща личност (ЦКОКУО, 2011: 7).

Това понятие включва способността на учениците:

- да разпознават проблемите от реалността, които могат да бъдат решени със средствата на математиката;
- да формулират тези проблеми с езика на математиката;
- да ги решат, като използват математически знания и методи;
- да тълкуват получените резултати от гледна точка на поставения проблем;
- да представят резултатите си (Petrova, 2013: 14).

Математическата грамотност се проявява чрез:

- ситуации, в които са дефинирани проблемите;
- математическо съдържание, което е ключ за решаване на възникнали проблеми;
- математическа компетентност;
- математическа компетентност (възпроизвеждане; определяне на логически зависимости; осмисляне) (ЦКОКУО, 2011: 7).

Целесъобразно е в училище по-често да бъдат решавани задачи с практическа насоченост. Съвременните образователни стандарти поставят акцент върху уменията за решаване на проблеми в сътрудничество. Съвместното решаване на задачи се дефинира като свързваща дейност, при която по двойки или в малки групи се изпълняват последователности от стъпки за трансформиране на текущото състояние в желаната посока за достигане на съответната цел. Тези стъпки са директно наблюдаеми. Те включват размяна и споделяне на идентифицирани части на проблема, интерпретиране на връзките между частите, отношенията между действията и последиците, както и обобщенията, които се предлагат в търсенето на решение (Hesse et al., 2015: 35), (Hwang, 2013: 360). Уменията за колаборативно решаване на задачи се разделят на две категории – социални умения и когнитивни умения.

Учебният предмет математика до голяма степен способства за развиване на познавателни умения, които съдържат следните елементи.

1. Регулиране на задачата

1.1. Анализиране на проблема, който включва идентифициране на необходимата последователност от подзадачи.

1.2. Поставяне на цели, които отчитат връзките между подзадачите.

1.3. Управление на ресурсите – определяне на участниците и ресурсите, които ще бъдат използвани.

1.4. Гъвкавост и приемане на неопределеността на ситуацията – изследване на различните възможности.

1.5. Подбиране на части от информация – идентифициране на необходимостта от информация, свързана със сегашната, алтернативната или бъдещата дейност.

1.6. Систематично изчерпване на възможните решения.

2. Учене и изграждане на знания

2.1. Взаимовръзки – обучаваният формулира образец от множеството части от информация.

2.2. Правила от типа „Ако ..., то...“ – използва разбирането за причините и следствията, за да планира или изпълни последователност от действия; планира стратегия, базирана на обобщеното разбиране за причините и следствията.

2.3. Изграждане на хипотези „Какво ще се случи, ако...“ – реконструира и реорганизира разбирането на проблема в търсене на ново решение (Hesse et al., 2015: 47 – 48).

Дейностният подход постулира, че когато обучаваните боравят с математически понятия, когато експериментират, те са включени активно в учебния процес и придобитите по този начин знания са по-трайни. Дейността се осъществява чрез стъпки, наречени *действия*. В. Далингер определя дейностите при решаване на проблеми като:

1. възприемане или самостоятелно формулиране на условията на проблема;
2. анализ на предпоставките на проблема;
3. възпроизвеждане или прилагане на необходимите за решаване знания;
4. предвиждане на процеса на търсене и неговите резултати, формулиране на хипотези;
5. осъществяване на плана за решение;
6. опит за решаване на проблема на базата на известни методи;
7. реконструиране на плана за решение, намиране на нови средства;
8. решаване на проблема по нов начин;
9. потвърждаване и оценяване на рационалността и ефективността на избраното решение;
10. възплащаване на произтичащите знания (методи) в съществуващата система от знания, възприятия и нагласи на обучавания;
11. приложения към нови проблеми (Dalinger, 2014: 56).

Проведени са изследвания, които потвърждават хипотезата, че когато една и съща информация е представена по различни начини, тя се възприема много по-пълноценно от по-голям брой хора (Panasuk & Veuganvand, 2010). Обучението, базирано на многовариантно представяне, увеличава уменията на учениците да решават задачи, задълбочава разбирането на математическите понятия и релации (Akkus, 2004: 151).

Екстериоризирането на математическите обекти (представянето им чрез символи, таблици, графики и др.) е много важно за учениците, които не са особено добри по математика (Leikin, 2013: 163).

За това предложеният по-долу проблем се представя чрез:

- текст;
- динамичен чертеж;
- математически модел;
- таблици с различна точност на наблюдаваните данни;
- динамична графика на функция.

Приложено е приетото от редица обучаващи мнение на Дьорд Пойа (Pólya, 1970), че разширяването на задачата чрез поставянето на нови изследователски въпроси развива мисленето. От систематизираните стратегии за създаване на задачи (Petkova, 2015; Velikova, 2015) в настоящата разработка ще използваме следните.

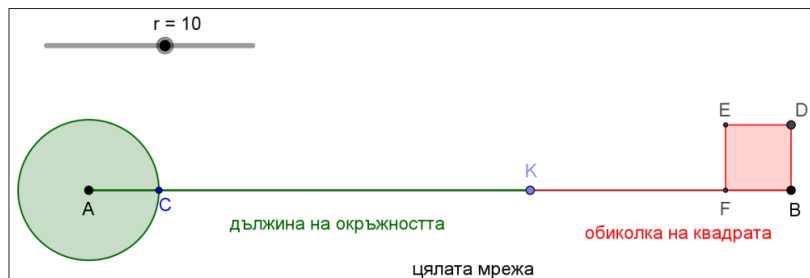
1. Задаване на ограничения.
2. Трансформиране на дадена задача в изследователска задача.
3. Верижно разширяване на съществуваща задача.

Сценарий за провеждане на урок по математика

Учебните занятия се провеждат в компютърен кабинет. Учениците работят в екипи по двама или трима. Обучаващият предоставя проблемна житейска ситуация с отворен край. Чрез текст, свързан с практическата дейност на хората, както и чрез динамичен чертеж се предизвиква интерес към математическото съдържание.

Задача – първоначален вариант. Фермер закупил 100 метра телена мрежа, за да направи две заграждения за своите кокошки и магаре. Заграждението за кокошките ще бъде с формата на квадрат. Магарето е вързано с въже, единият край на което е забито в земята. Изследвайте как най-рационално да се използва закупената мрежа? Каква ще е формата на заграждението за магарето (каква е формата на площта, която то може да опасе)?

Учителят предоставя динамичен чертеж на всеки компютър, предварително разработен с помощта на *GeoGebra* (фиг. 1).



Фигура 1. Динамичен чертеж, изобразяващ намаляването на квадрата при увеличаване радиуса на кръга

Ред на построяване на чертежа:

1. Отсечката AB изобразява дължината на закупената мрежа.
2. Плъзгачът изобразява радиуса на заграждението за магарето.
3. Начертана е отсечка AC , равна на r и окръжност през A и C .
4. Ординатата на т. D се изчислява $y = (100 - 2r\pi)/4$ в зависимост от радиуса r .
5. Начертан е правилен многоъгълник през B и D .

При преместване на плъзгача надясно радиусът на окръжността се увеличава, обиколката на окръжността също се увеличава, а обиколката на квадрата намалява.

За да се формира умение за отчитане на ограниченията на реалната ситуация, е добре да се помисли за тези ограничения.

– Колко най-малък може да бъде радиусът на окръжността, доколко може да нараства той?

Чрез кратко обсъждане се стига до извода, че дължината на квадрата за кокошките може да е най-малко 1 м, а за едно магаре кръгът трябва да е с радиус, по-голям от 2 м, като нарастването може да бъде най-много до $(100 - 4)/2\pi$.

– Какъв друг въпрос може да се постави за двете фигури?

– Кога лицата на двете фигури са равни?

– Изследвайте горното с помощта на електронна таблица!

Обучаващият преценява дали целият клас да работи съвместно, като се използва мултимедия проектор, или в малки екипи, работещи с отделни персонални компютри. С наставления обучаваните сами създават първоначалната таблица (табл. 1).

Учениците определят формулите за изчисление във всяка колона и попълват следващите редове чрез привличане, като за радиуса въвеждат двете последователни стойности 2 и 2,5. Получават указания за запис в *Excel* на функцията $Pi()$ и втора степен c^2 .

След като всички са готови, изпълняват съвместно следните стъпки.

1. Преглеждат колоната с разликата и оцветяват редовете, в които разликата е най-малка по абсолютна стойност.

2. Копират таблицата или листа. Задават първата стойност за r тази, която е оцветена, следващата стойност е $c + 0,1$ по-голяма, маркират и двете клетки, посочват малкото квадратче вдясно и привличат надолу, за да попълнят колоната за радиуса до крайната стойност от откритите преди това редове. Останалите клетки се актуализират автоматично.

Таблица 1. Първоначална таблица с всички възможни стойности на радиуса

Отсечката АВ = дължината на мрежата =	100	$2 \leq r \leq$	15,27887454
---------------------------------------	-----	-----------------	-------------

Радиус	Обиколка на кръга	Обиколка на квадрата	Лице на кръга	Лице на квадрата	Сбор от лицата
r	C	P	Sc	S	S – Sc
2	12,57	87,43	12,57	477,79	465,22
2,5	15,71	84,29	19,63	444,07	424,44
3	18,85	81,15	28,27	411,59	383,31
3,5	21,99	78,01	38,48	380,34	341,85
4	25,13	74,87	50,27	350,32	300,05
4,5	28,27	71,73	63,62	321,54	257,92
5	31,42	68,58	78,54	293,99	215,45
5,5	34,56	65,44	95,03	267,67	172,64
6	37,70	62,30	113,10	242,59	129,49
6,5	40,84	59,16	132,73	218,74	86,01
7	43,98	56,02	153,94	196,12	42,19
7,5	47,12	52,88	176,71	174,74	-1,97
8	50,27	49,73	201,06	154,60	-46,47
8,5	53,41	46,59	226,98	135,68	-91,30
9	56,55	43,45	254,47	118,00	-136,47
9,5	59,69	40,31	283,53	101,55	-181,97
10	62,83	37,17	314,16	86,34	-227,82
10,5	65,97	34,03	346,36	72,36	-274,00
11	69,12	30,88	380,13	59,62	-320,52
11,5	72,26	27,74	415,48	48,11	-367,37
12	75,40	24,60	452,39	37,83	-414,56
12,5	78,54	21,46	490,87	28,78	-462,09
13	81,68	18,32	530,93	20,97	-509,96
13,5	84,82	15,18	572,56	14,40	-558,16
14	87,96	12,04	615,75	9,05	-606,70
14,5	91,11	8,89	660,52	4,94	-655,58
15	94,25	5,75	706,86	2,07	-704,79
15,5	97,39	2,61	754,77	0,43	-754,34

Учениците повтарят още два пъти горните две стъпки, като увеличението (стъпката) първоначално е 0,01; а след това 0,001. Преди създаването на всяка нова таблица те обсъждат колективно в какъв интервал ще се променя радиусът r .

– Повтаряйки горните действия, ще се получи приблизителната разлика в лицата. Какви са приближенията в първия, втория и третия случай?

– *С точност до една десета, една стотна и една хилядна.*

– Действията могат да се повтарят неограничено, но никога няма да се получи точно равенство, защото при определяне на лицето и обиколката на кръга се използва числото π , което не може да се представи като крайна дроб. Числата, които се представят като безкрайни непериодични дроби, се наричат *иррационални числа* и числото π е такова.

С тази задача може да бъде въведено или затвърдено понятието *иррационално число*. А със следващите въпроси се осъществява връзка с ограниченията на реалната ситуация.

– На колко е равен радиусът на кръга, когато лицата на двете фигури са приблизително равни с точност до една хилядна?

– *Лицата на двете фигури са почти равни, когато радиусът на кръга е 7,478 м. Можем да оцветим съответния ред, за да се откроява.*

– Необходимо ли е да изчисляваме с по-голяма точност?

– *Фермерът може да измери мрежата с точност до един милиметър, затова не е необходимо да пресмятаме с по-голяма точност.*

– На фермера ще му бъде по-лесно да построи първо квадрата, а останалата мрежа ще огъне в кръг. При каква дължина на страната на квадрата двата участъка ще са с почти равни площи?

Чрез този въпрос се насочва вниманието към търсене на рационално за човека решение от реалната ситуация. В същото време се откриват математическите релации между двата обекта. Две от надпредметните цели на математиката са да развива мисленето и да развива умения за търсене на по-рационални решения, за постигане на по-добри резултати с изразходването на по-малко средства и време във всяка една ситуация.

По-прегледно ще бъде, ако учениците добавят нова колона с формула за изчисляване дължината на квадрата (табл. 2), след което я преглеждат и съобщават резултата от маркирания ред:

– *При дължина на страната на квадрата 13,25 м двата участъка ще са с почти равни площи.*

Таблица 2. Четвърта таблица с точност на радиуса до една хилядна, с добавена колона за дължината на страната на квадрата

Радиус	Обиколка на кръга	Обиколка на квадрата	Лице на кръга	Лице на квадрата	Разлика от лицата	Страна на квадрата
r	C	P	Sc	S	S – Sc	b
7,47	46,9354	53,0646	175,3037	175,9908	0,6871	13,26615
7,471	46,9417	53,0583	175,3506	175,9491	0,5985	13,26458
7,472	46,9480	53,0520	175,3976	175,9074	0,5098	13,26301
7,473	46,9542	53,0458	175,4445	175,8658	0,4212	13,26144
7,474	46,9605	53,0395	175,4915	175,8241	0,3326	13,25987
7,475	46,9668	53,0332	175,5385	175,7825	0,2440	13,2583
7,476	46,9731	53,0269	175,5854	175,7408	0,1554	13,25673
7,477	46,9794	53,0206	175,6324	175,6992	0,0668	13,25516
7,478	46,9857	53,0143	175,6794	175,6575	-0,0219	13,25359
7,479	46,9919	53,0081	175,7264	175,6159	-0,1105	13,25201
7,48	46,9982	53,0018	175,7734	175,5743	-0,1991	13,25044

За учениците от осми и по-горните класове, може да се добави:

– Да изведем съвместно функция за разликата в лицата, зависеща от радиуса.

Обучаващият обяснява, че от практическа гледна точка няма значение дали ще изваждаме лицето на кръга от лицето на квадрат, или обратното. Интересува ни само положителното число, отразяващо различието и неговата промяна. Така достигат до функцията:

$$f(r) = \left| \pi r^2 - \left(\frac{100 - 2\pi r}{4} \right)^2 \right|$$

Учителят показва графиката на функцията, изобразяваща разликата на лицата:

– Коя точка изобразява минималната стойност на функцията? На колко е равна нейната абсциса?

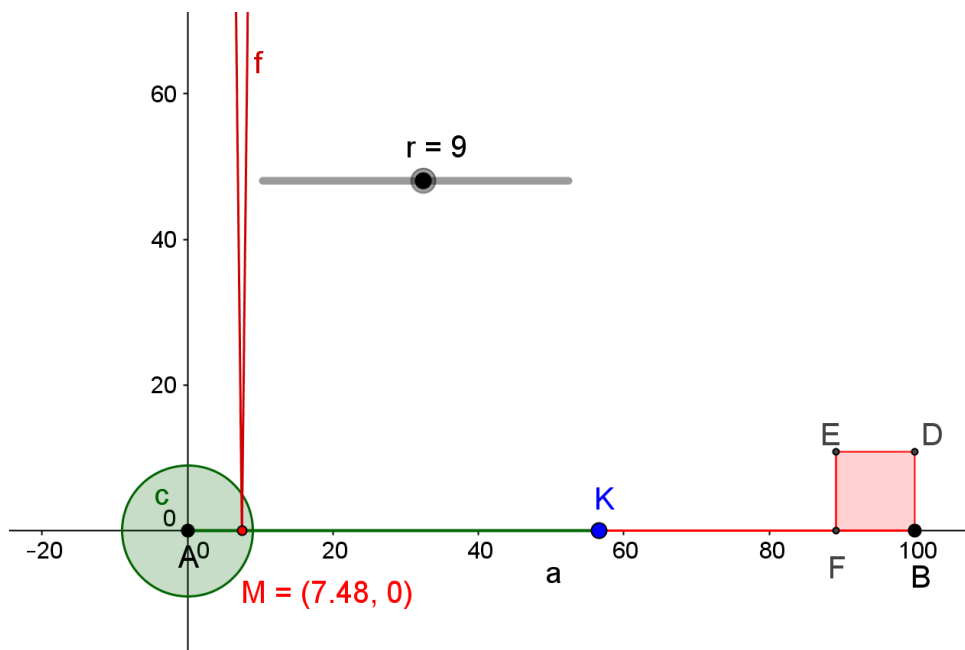
– Минималната стойност на функцията $f(r)$ е в точката $M(7,48 ; 0)$.

– Има ли съвпадение с това, което беше открито таблично?

– Да.

След като първоначалният вариант на задачата е решен, както съветва Дьорд Пойа, следва разширяване на задачата.

– Какъв друг въпрос може да постави фермерът, за да бъде мрежата разпределена най-ефективно?



Фигура 2. Функция, изобразяваща разликата на лицата

- Кога ще загради той най-голям участък?
- Как трябва да бъде зададен този въпрос на математически език?
- Кога сборът от лицата на двете фигури е най-голям?

С тези въпроси се развива умение за превод на математически език (математизиране на ситуацията).

Поставят се нови ограничения, наложени от променената ситуация.

Задача – втори вариант. Фермерът решил, че ще отглежда повече кокошки, за да продава яйца, и минималната площ на съответния участък следва да бъде 100 m^2 . В този случай при каква дължина на окръжността сборът от лицата ще има максимална стойност?

Учениците копират първия лист с таблицата и добавят нова колона за сбора. Те изчисляват, че минималната обиколка на квадрата е 40 m и тогава максималната обиколката на окръжността ще е 60 m . Оцветяват реда от таблицата с приблизителна стойност 60 , за да прегледат стойностите на сбора до този ред (табл. 3). Проследяват стойностите от първата част на таблицата и определят максималната стойност на сбора.

Таблица 3. Частта от таблицата с наложените нови ограничения

Радиус	Обиколка на кръга	Обиколка на квадрата	Лице на кръга	Лице на квадрата	Сбор от лицата
г	С	Р	Sc	S	S + Sc
2	12,57	87,43	12,57	477,79	490,36
2,5	15,71	84,29	19,63	444,07	463,71
3	18,85	81,15	28,27	411,59	439,86
3,5	21,99	78,01	38,48	380,34	418,82
4	25,13	74,87	50,27	350,32	400,58
4,5	28,27	71,73	63,62	321,54	385,15
5	31,42	68,58	78,54	293,99	372,53
5,5	34,56	65,44	95,03	267,67	362,70
6	37,70	62,30	113,10	242,59	355,68
6,5	40,84	59,16	132,73	218,74	351,47
7	43,98	56,02	153,94	196,12	350,06
7,5	47,12	52,88	176,71	174,74	351,46
8	50,27	49,73	201,06	154,60	355,66
8,5	53,41	46,59	226,98	135,68	362,66
9	56,55	43,45	254,47	118,00	372,47
9,5	59,69	40,31	283,53	101,55	385,08

Учениците преглеждат колоната със сбора и откриват, че максималната стойност е в клетката от първия ред – 490,36 м². Извършват математически преобразувания.

– Изразете сбора от лицата като функция с променлива дължината на окръжността.

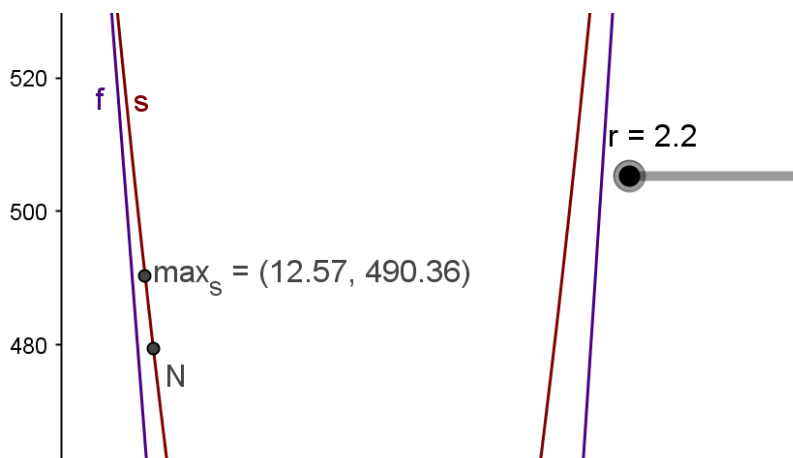
$$s(C) = \left| \frac{C^2}{4\pi} + \left(\frac{100 - C}{4} \right)^2 \right|$$

Обучаващият визуализира максимума на функцията в интервала [4π,60].

В зависимост от наличното време може да се обсъди и минимумът на сбора, т.е. кога най-неефективно ще бъде изразходвана закупената мрежа.

Следва обобщаване на задачата.

– Освен радиуса коя друга величина може да се променя?

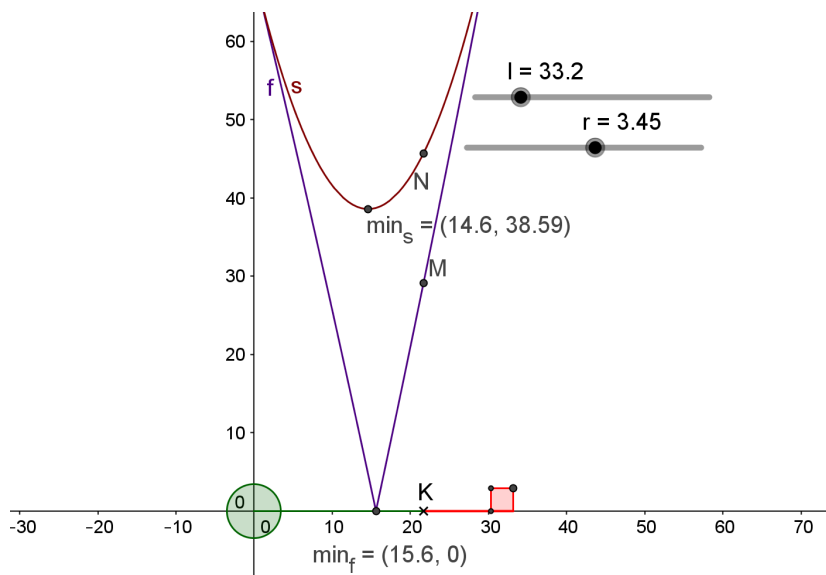


Фигура 3. Максимумът на сбора от лицата – функцията s , зависи от дължината на окръжността C

След кратко обсъждане учениците стигат до извода, че фермерът може да закупи мрежа с друга дължина в зависимост от средствата, с които разполага, и от броя животни, които ще отглежда. Учителят демонстрира как се променя ситуацията с преместване на плъзгача l , съответстващ на дължината на мрежата (фиг. 4). Учениците избират нова дължина на мрежата. Връщат се отново към таблиците и заменят дължината 100 м с новото число. *Excel* автоматично преизчислява всички стойности. По този начин учениците осъзнават предимството да се използват формули в клетките на таблицата и че електронните таблици спестяват значителна част от усилията и времето за нови изчисления. Те наблюдават промените на данните таблично и графично.

За самостоятелна работа въкъщи учениците трябва да изразят всички формули от часа с променлива дължина на мрежата (чрез параметъра l). Също така трябва да решат следната задача, свързана тематично и експериментално.

Задача за домашна работа. Фермерът решил да постави осветление в центъра на заграденото място за кокошките, като прекара две метални въжета през диагоналите и там, където те се пресекат, да инсталира електрическа крушка. Кога ще има по-малко разходи за материали – когато мястото е с правоъгълна форма или с квадратна? Изследвайте и обосновайте отговора си.



Фигура 4. Функция за разликата f , функция за сбора s и динамични точки M и N , сменящи положението си в зависимост от r

Заклучение

Най-новото изследване PISA от 2015 г. оценява познанията по природни науки. Чрез разгледания тип задачи, поднесени по предложения атрактивен начин, могат да бъдат развивани елементи на следните компетентности, заложени в концепцията на изследването:

- определяне, използване и създаване на модели за обясняване и представяне на информация;
- формулиране и оценяване на предположения и хипотези;
- трансформиране на данни от един вид в друг;
- анализиране и тълкуване на данни и правене на изводи (ЦКОКУО, 2015, с.3).

Чрез уроци с многовариантно представяне, поднесени с подобен сценарий, могат да се развият умения за:

- преценяване какво трябва да се измери и изчисли;
 - разчитане и записване на информация на математически език;
 - точно изпълняване на процедури за изчисляване и сравняване;
 - тълкуване на данни, представени таблично и графично;
 - оценяване и проверка на резултатите;
 - избиране и използване на правилни методи, инструменти и технологии.
- Горните умения са базисни за математическата грамотност.

Предложеният дидактичен сценарий способства за интегриране на знанията по математика и информационни технологии, развива надпредметни умения за търсене на ефективни решения, за осъществяване на обосновани преценки и за осъзнаване ролята на математиката в съвременния свят.

NOTES / БЕЛЕЖКИ

1. ЦКОКУО (2011). *Математическата грамотност в PISA и обучителните практики в българските училища*. София: Център за контрол и оценка на качеството на училищното образование.
2. ЦКОКУО (2015). *Програма за международно оценяване на учениците PISA 2015, Примерни тестови задачи по природни науки OECD*. София: Център за контрол и оценка на качеството на училищното образование.
3. Akkus, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference*. A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle-east technical university
<https://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12605615/index.pdf>
4. Panasuk, P. & M. Beyranvand (2010). Algebra students' ability to recognize multiple representations and achievement. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* (ISSN 1473 – 0111) <http://www.cimt.org.uk/journal/panasuk.pdf>
5. Petkova, M. & E. Velikova (2015). GeoGebra Constructions and Problems for Arbelos and Archimedean circles. IN: *GeoGebra Global Gathering 2015*, 15 – 17 July, 2015, Linz, Austria. Retrieved Dec 12, 2015 from
<http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1383213>

REFERENCES / ЛИТЕРАТУРА

- Dalinger, V. (2014). The activity approach to teaching math in school – a requirement of new educational standards. *International Journal of Experimental Education*, 11, pp. 55 – 56. [Далингер, В. (2014). Деятельностный подход к обучению математике в школе – требование новых образовательных стандартов. *Международный журнал экспериментального образования*, 11, 55 – 56.]
- Petrova, S. & Vasileva, N. (2013). *Challenges for school education; Results from Bulgaria's participation in the program for international student assessment PISA 2012*, Sofia: Center for monitoring and evaluating the quality of school education. [Петрова, С. & Василева, Н. (2013). *Предизвикателства пред училищното образование; Резултати от участието на България в програмата за международно оценява-*

- не на учениците PISA 2012, София: Център за контрол и оценка на качеството на училищното образование.]
- Pólya, D. (1970). *Mathematics and Plausible Reasoning, Vol. 1: Induction and Analogy in Mathematics*. Sofia: Narodna prosveta. [Пойа, Д. (1970). *Математиката и правдоподобните разсъждения, Том първи, Индукция и аналогия в математиката*. София: Народна просвета.]
- Hesse, F., Care, E., Buder, J., Sassenberg, K. & Griffin, P. (2015). A Framework for Teachable Collaborative Problem Solving Skills (pp. 37 – 56). In: Griffin, P. & Care E. (Eds.) *Assessment and Teaching of 21st Century Skills Methods and Approach*, Dordrecht: Springer Science & Business Media.
- Hwang, W. & Hu, S. (2013). Analysis of peer learning behaviours using multiple representations in virtual reality and their impacts on geometry problem solving. *Computers & Education*, Vol. 62, pp. 308 – 319.
- Leikin, R., Leikin M., Waisman, I. & Shaul S. (2013). Effect of the presence of external representations on accuracy and reaction time in solving mathematical double-choice problems by students of different levels of instruction. *International Journal of Science and Mathematics Education*, Vol. 11. Taiwan: National Science Council, pp. 1049 – 1066.

A PRACTICAL PROBLEM OF PISA TYPE STUDIED BY SOFTWARE FOR GENERAL APPLICATION

Abstract. The paper is dedicated to a practical problem in mathematics. A didactic scenario is proposed for a mathematical class lesson, based on a multiple representation applying dynamic drawings and spreadsheets.

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc.**

University of Finance, Business and Entrepreneurship
1, Gusla St.
1618 Sofia, Bulgaria
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

✉ **Ms. Desislava Georgieva, PhD student**

Mathematics Department
Faculty of Natural Sciences
University of Ruse
8, Studentska St.
Ruse, Bulgaria
E-mail: dmgeorgieva@uni-ruse.bg