

НЯКОИ ИДЕИ ЗА ПРОПЕДЕВТИКА НА ПОНЯТИЕТО ФУНКЦИЯ В НАЧАЛНИТЕ КЛАСОВЕ

Катина Тончева, Маргарита Върбанова
Великотърновски университет „Св. св. Кирил и Методий“

Резюме. В настоящата разработка са представени някои идеи за пропедевтика на понятието функция в началните класове. Разгледани са аритметични задачи, които са „надградени“ с допълнителни въпроси, и са предложени примерни техни решения. Целта е да се създадат възможности за провокиране на учениците към търсене и формулиране на зависимости между величини и извършване на обобщаващи разсъждения на базата на учебното съдържание по математика в началните класове.

Keywords: the concept of function, propaedeutics, primary school, arithmetic problems, relationships among variables, generalizations

1. Предварителни бележки

Има теми от учебното съдържание, които са предизвикателство както за изучаване, така и за преподаване. Те често се оказват по-скоро бариери, отколкото „врати“ към математическото развитие на учениците. Такъв е проблемът с донякъде изкуственото разделение на аритметичните и алгебричните знания, свързан и с резкия преход, който учениците е необходимо да направят при постъпването си в V клас. Освен с непознато учебно съдържание те се сблъскват до голяма степен и с нов начин за извършване на разсъждения, с нов начин на записване на математически съждения и умозаклучения. Обобщенията, които в началните класове са извършвани непланирано и до голяма степен на интуитивна основа, а също така и късното „масивно“ въвеждане на буквената символика, правят математиката коренно различна от тази, която учениците са изучавали в първите четири години на своето обучение.

Някои автори, като М. Върбанова, З. Лалчев, М. Blanton, J. Karut и др., споделят идеята за необходимостта от ранна подготовка за изучаване на елементи от алгебрата, като посочват, че „изграждането“ на пропедевтиката е не само в съдържателен, но и в дидактичен план (Varbanova, 2013). За качествената подготовка на алгебричните знания не е достатъчен само целесъобразен

подбор на система от задачи, но и да се определи **как** и **кога** тези задачи се използват в обучението.

Създаването на възможности за алгебрична насоченост на аритметичните знания в началните класове е свързано с извършването на различни логически дейности – обосноваване и изразяване на съществуващи връзки между компонентите на аритметичните операции събиране, изваждане, умножение и деление; обобщение на проведени разсъждения, свързани с приложение на свойствата на аритметичните операции; откриване на връзки между числови величини при решаване на задачи и др.

2. Пропедевтика на понятието функция

Алгебричната пропедевтика в началните класове се провежда в няколко насоки и една от тях е свързана с подготовката за изучаване на понятието функция. По традиция това понятие се въвежда за изучаване в шести клас, но за съжаление, в учебните програми от 2001 г. досега липсва целенасочена пропедевтика.

Нашето мнение е, че съществуват различни аритметични задачи в рамките на учебното съдържание по математика в началните класове, при които е „подходящо“ текстът да се разшири с допълнителни въпроси, и по този начин учениците да се насочат към откриване на съществуващи връзки между разглежданите в задачата числови величини, за да достигнат до обобщения. Откриването и обобщаването на зависимости между взаимноизменящи се величини и тяхното изразяване може да се осъществи вербално (с думи), със символи, таблици, графики и диаграми.

В настоящата разработка са разгледани няколко аритметични задачи от началната училищна математика, текстовете на които са „разширени“ с допълнителни въпроси, така че след решаване на съответната аритметична задача на учениците се поставя допълнителен въпрос или се поставят въпроси, които провокират търсенето и формулирането на зависимости между величини и извършването на обобщаващи разсъждения. По този начин елементарните задачи се преобразуват в съставни, като структурата на новополучените съставни задачи е съответно от две, три или повече независими задачи компоненти. За запис на изведените обобщения се използва буквена символика, която по учебна програма се въвежда в обучението по математика в пети клас.

Задача 1. *Колко крака имат 20 стола, ако е известно, че всеки стол има 4 крака?*

След решаване тази задачи може да се допълни с въпроса: „Колко крака имат n на брой стола?“. Тогава задачата придобива следния вид.

Задача 2. *Колко крака имат 20 стола, ако е известно, че всеки стол има 4 крака? Колко крака имат n на брой стола?*

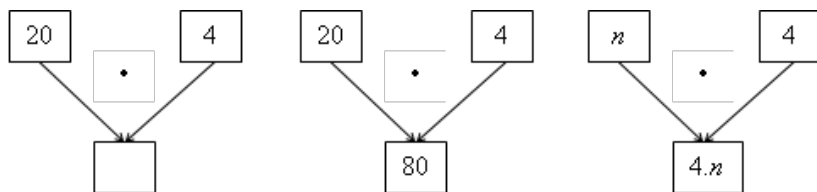
Поставянето на допълнителен въпрос разширява първоначалната формулировка на задачата и я преобразува в нова съставна (задача 2), която

съдържа две независими задачи компоненти, като втората задача компонента е задача обобщение. В случая това преобразуване (преформулиране) на елементарната задача 1 не само я превръща в съставна, но и променя нейния характер. Разглеждането на ситуацията, в която броят на столовете е означен с n , е свързано с откриването на „правилото“ или обобщението на зависимостта на броя на краката на столовете от съответния брой столове. Така, за решаване на втората задача компонента (формулирането и запис на зависимостта) се налага въвеждане на буквени означения, което, от своя страна, води до целенасочена пропеедвтика на буквената символика, без която е трудно да се осъществи ефективна пропеедвтика на понятието функция. Може още да се каже, че задача 1 от аритметична задача се преобразува в задача 2, която има вече алгебричен характер.

Решаването на задача 2 може да протече чрез разсъждения по дедуктивен или по индуктивен път.

Решение

Карта на решението (фиг.1):



Фигура 1

Индуктивно решение

При решаване на задача 2 разсъжденията могат да протекат по схема, при която се разглеждат отделни частни случаи и се достига до обобщаващо умозаключение, т.е. използва се индукцията като метод на познание.

Например:

„Ако разполагаме с два стола, техните крака са 8 ($2 \cdot 4 = 8$). Броят на краката на три стола ще получим, като умножим $3 \cdot 4 = 12$ и т. н.“ Първоначално зависимостта би могла да се формулира вербално, като например: „Броят на краката се намира, като се умножи броят на столовете по 4“.

След устното „изказване“ на установената зависимост подходящ начин за записване и обобщаване на информацията е нейното таблично представяне. Ако броят на столовете се обозначи с n , а броят на краката – с l , то таблицата има вида (таблица 1):

n	l
1	$4 \cdot 1 = 4$
2	$4 \cdot 2 = 8$
3	$4 \cdot 3 = 12$
4	$4 \cdot 4 = 16$
5	$4 \cdot 5 = 20$

Таблица 1

Сега вече не е трудно да се направи обобщението, че броят на краката зависи от броя на столовете по следния начин: $l = 4 \cdot n$

Ако в условието на задачата се промени числовата информация, т. е. всеки стол притежава не 4, а 5 крака, то от изведената по-горе зависимост $l = 4 \cdot n$ може да се запише новата зависимост между броя на столовете и техните крака: $l = 5 \cdot n$. Така, единствената промяна в условието на задачата (допускането, че всеки стол има 5 крака) води до преформулиране и промяна в буквения запис на тази зависимост.

Тогава $l = 4 \cdot n$ се променя в $l = 5 \cdot n$.

По този начин чрез едно допълнение към текста на някои елементарни аритметични задачи от началната математика, което на пръв поглед е незначително, се създават предпоставки както за целенасочена алгебрична пропедевтика на важни в училищния курс по математика знания (означаване на число с буква, функция, функционална зависимост), така и за изграждане на метод и стил на разсъждения.

Възможности за пропедевтика на понятието функция може да се предоставят с решаването и съставянето на задачи от началната математика, които имат различен характер (учебен или състезателен) и се използват с различни дидактични цели при формирането на математически компетентности у учениците от началните класове.

Предлагаме решението на така наречената „Задача за кулите от кубчета“ (задача 3), при която използването на буквена символика, разкриването и представянето на функционални зависимости, на пръв поглед, изглеждат „скрити“.

Задача 3. *От колко квадрата е изградена повърхнината на всяка кула? (включително и долната основа)? Как се променя повърхнината на кулата*

при всяко добавяне на ново кубче? Колко квадратчета ще участват в повърхнината на кула, съставена от 50 кубчета? (фиг. 2)

Решение

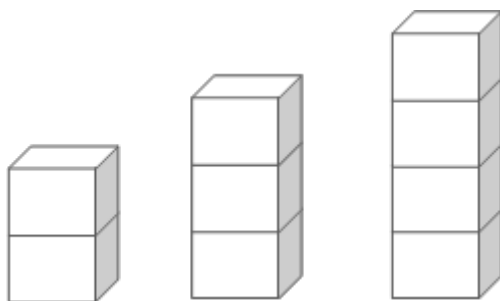
Предложената задача е съставна и структурата ѝ се състои от три задачи компоненти, независими една от друга:

– **задача компонента 1):** *От колко квадратчета е изградена повърхнината на всяка кула? (включително и долната основа)?*

– **задача-компонента 2):** *Как се променя повърхнината на кулата при добавяне на ново кубче?*

– **задача-компонента 3):** *Колко квадратчета ще участват в повърхнината на кула, съставена от 50 кубчета?*

Принципът на решение се свежда до броене на околните стени на кубчетата, от които е конструирана съответната кула, като се има предвид, че при „долепване“ на две кубчета две от стените (две от квадратчетата) са „невидими“.



Фигура 2

Практиката показва, че когато кубчетата са две, три или четири и същите са онагледени (както на фиг. 1), откриването на решението не затруднява учениците.

Сложността на решението на задачата и това, което всъщност я превръща в задача, подходяща за пропеедвтика на понятиято функция, са решенията на задачите компоненти 2) и 3).

Разсъжденията при решаване на основната задача 3 могат да се извършат по два начина.

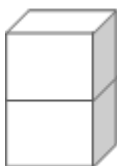
I. Начин

Задача компонента 1): *От колко квадратчета е изградена повърхнината на всяка кула? (включително и долната основа)?*

Решение

Нека разгледаме дадените фигури последователно. Повърхнината на кула, изградена от две кубчета, се състои от $4 \cdot 2 = 8$ броя квадратчета (околните сте-

ни) и по едно квадратче в основата и във върха на кулата – общо $4 \cdot 2 + 2 = 10$ квадратчета (фиг. 3).



Фигура 3

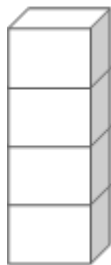
Когато кулата е изградена от три кубчета (фиг. 4), разсъжденията са аналогични.



Фигура 4

Тъй като фигурата в този случай е изградена от три кубчета, то в нейната повърхнина участват $4 \cdot 3 = 12$ броя квадратчета, изграждащи околните стени на кулата, както и още две квадратчета, участващи в долната и горната основа на кулата – общо $4 \cdot 3 + 2 = 14$ квадратчета.

При третата фигура повърхнината се състои от общо $4 \cdot 4 + 2 = 18$ квадратчета (фиг. 5) и т. н.



Фигура 5

Задача компонента 2): Как се променя повърхнината на кулата при добавяне на ново кубче?

Решение

За да се открие по-леко и бързо отговорът на въпроса на задачата, е добре учениците да се подпомогнат, като получените резултати при случаите с 2, 3 и 4 кубчета се запишат и представят в таблица. Нашето мнение е, че когато решението на задачата е свързано с установяване на зависимости между отделни компоненти в задачата (в случая броя на квадратчетата в зависимост от броя на кубчетата), табличното представяне на данните спомага за добро онагледяване и синтезирано представяне на информацията, което е предпоставка за откриване и формулиране на съответни умозаклучения.

За да се обобщи информацията от решените елементарни задачи (случаите с 2, 3 и 4 кубчета), е необходимо да се използват буквени означения. За целта означаваме броя на кубчетата, изграждащи съответната кула, с буква c , а с буква s – броя на квадратчетата, определящи повърхнината на кулата. Таблицата изглежда по следния начин (таблица 2):

c	s
2	$4 \cdot 2 + 2 = 10$
3	$4 \cdot 3 + 2 = 14$
4	$4 \cdot 4 + 2 = 18$

Таблица 2

С помощта на таблицата учениците по-лесно откриват каква е връзката между броя на кубчетата в дадена кула и съответно броя на квадратчетата. Установяват закономерността, че при всяко добавяне на ново кубче броят на квадратчетата се увеличава с 4. Буквеното означение на двете величини предполага достъпно и лесноосъществимо формулиране и на обобщението $s = 4 \cdot c + 2$. Отговорът на втората задача компонента е: $s = 4 \cdot c + 2$.

Сега вече не е трудно да се реши и **задача компонента 3**): *Колко квадратчета ще участват в повърхнината на кула, съставена от 50 кубчета ?*

Решение

В израза $s = 4 \cdot c + 2$ c се замества с 50 и се получава $s = 4 \cdot 50 + 2$.

Отговор. Броят на квадратчетата е 202.

Възможен е и друг начин за решаване на задача 3, по-скоро на задачата компонента 1 и задачата компонента 2.

II. Начин

Решение на задача компонента 1

На кула, изградена от две кубчета, съответства повърхнина от $5 \cdot 2 = 10$ квадратчета. На кула, изградена от три кубчета, повърхнината е съставена от повърхнината на двете кубчета (най-долното и най-горното) и още 4 квадратчета, т. е.

$$5 \cdot 2 + 4 = 10 + 4 = 14.$$

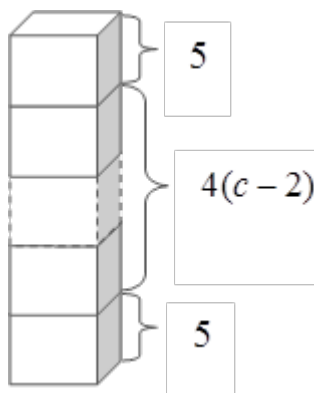
На кула, изградена от четири кубчета, повърхнината е съставена от повърхнината на двете кубчета (най-долното и най-горното) и още на две места по 4 квадратчета, т.е.

$$5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 10 + 8 = 18 \text{ и т.н.}$$

Решение на задача компонента 2

Забелязва се, че при всяко добавяне на ново кубче броят на квадратчетата, участващи в повърхнината, се увеличава с 4, тъй като броят на квадратчетата на най-долното и най-горното кубче са запазва. Тогава зависимостта между броя на кубчетата и квадратчетата за произволна кула може да се обобщи по следния начин:

$s = 4 \cdot (c - 2) + 10$, където изразът $4 \cdot (c - 2)$ изразява броя на квадратчетата на вътрешните кубчета, които участват в повърхнината на кулата, а 10 е броят на квадратчетата на най-долното и най-горното кубче, които са включени в повърхнината на кулата (фиг. 6).



Фигура 6

От математическа гледна точка, изведените по различен начин две обобщения

$s = 4 \cdot c + 2$ и $s = 4 \cdot (c - 2) + 10$ са еквивалентни, но същите отразяват две различни последователности от разсъждения, водещи до установяване на търсената зависимост.

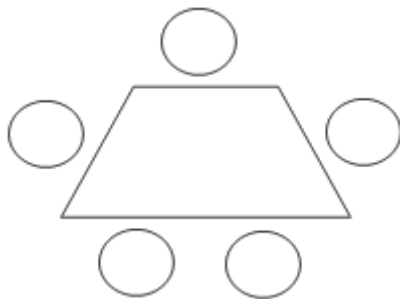
Коментар

Данните в таблицата предоставят възможност на учениците да се запознаят предварително със „специален“ за тях вид зависимости. При този вид на всеки елемент от едно множество, в случая множеството на кубчетата $\{2, 3, 4, \dots\}$, съответства точно един елемент от второто множество – множеството на квадратчетата $\{10, 14, 18, \dots\}$. Така например на кула, съставена от 3 кубчета, съответстват точно 14 квадратчета, които изграждат нейната повърхнина, а кула с повърхнина 18 квадратчета, е съставена точно от 4 кубчета. С други думи, на всяка конкретна конфигурация от кубчета съответства точно определен брой квадратчета, както и определен брой квадратчета съответстват на точно определен брой кубчета. Откриването на това взаимно еднозначно съответствие е важно, защото това свойство отличава функцията от други съответствия, които съществуват между елементите на две множества.

Освен това възможността за разискване на различни идеи и представянето на повече от една гледна точка при решаване на конкретната задача предоставя възможности на учениците да избират начин (път) на разсъждение, да формулират хипотези, да проверяват хипотези. По този начин се стимулира формирането на гъвкаво мислене, на математически стил на мислене.

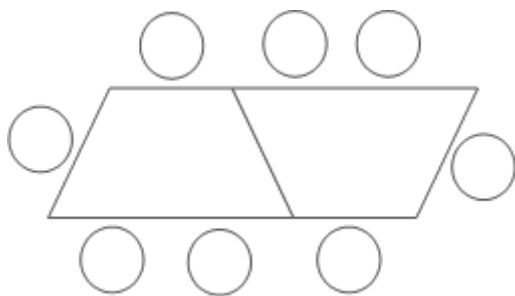
Решаването на задача 4, така наречената „Трапецидна маса“, е друг подходящ пример за откриване и формулиране на функционални зависимости, за пропедевтика на понятието функция в началния етап на обучение по математика. С него отново се дава възможност за илюстриране на всяка стъпка от проведените разсъждения, както и табличното представяне на числовите данни.

Задача 4. Около маса с формата на трапец могат да седнат 5 души по следния начин (фиг. 7):



Фигура 7

Колко души ще се подредят около маса, съставена от 12 единични маси, ако е известно разположението на хората около маса, съставена от 2 трапецидни блока (фиг. 8)?



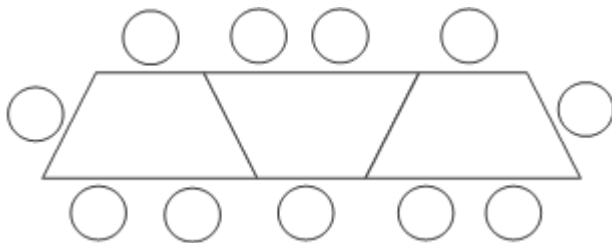
Фигура 8

При решаване на задача 4 е полезно и удачно да се използва отново индуктивният подход. Целесъобразно е да се състави нова задача, която да има структурата на задача 3, като учениците бъдат насочени към въпроса „Как се променя броят на хората в зависимост от броя на масите?“. За тази цел е добре да се разгледат няколко последователни конфигурации от маси.

При решаване на тази задача разсъжденията биха могли да протекат по начин, подобен на начина при задача 3. На една маса разположението на хората е следното: един на късата страна на масата (малката основа на трапеца); двама на дългата страна на масата (голямата основа на трапеца); по един в двете страни (двете бедра на трапеца). Тогава общият брой на хората, седнали около една маса, е: трима души от двете страни и двама по двете бедра, т.е. $3 + 2 = 5$.

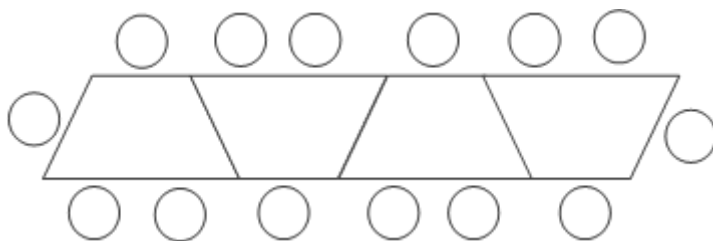
След като от двете страни на една маса стоят общо трима души, то на две такива маси, съединени по начин, показан на фигура 8, на двете страни ще стоят общо 6 души, както и по един във всеки край (на всяка къса страна) на образуваната маса. Или общият брой хора, които могат да се подредят около две маси, е 8 ($3 + 3 + 2 = 6 + 2 = 8$).

Аналогично от двете страни на три съединени маси могат да се подредят 11 души ($4 + 5 + 2 = 9 + 2 = 11$) (фиг. 9).



Фигура 9

При маса, съставена от 4 трапециодни блока, ситуацията е аналогична. Общият брой хора, които могат да се подредят около тази маса, е 14 ($6 + 6 + 2 = 12 + 2 = 14$) (фиг. 10).



Фигура 10

След решаването на елементарните задачи, свързани с броене на позиции на разположение на хора около конструкции от 2, 3, 4 и повече трапециодни маси, е удачно получените резултати да се подредят и запишат в таблица. Налага се отново да се използва буквена символика. Ако се обозначи с t броят на масите, а с p – броят на хората, тогава числовата информация може да се представи в таблица 3.

t	p
1	$2 + 1 + 2 = 5$ или $3 + 2 = 5$
2	$3 + 3 + 2 = 8$ или $6 + 2 = 8$
3	$4 + 5 + 2 = 11$ или $9 + 2 = 11$
4	$6 + 6 + 2 = 14$ или $12 + 2 = 14$
...	...

Таблица 3

За да се определи колко души ще се подредят около маса, съставена от 12 единични маси, може да се използват различни начини в зависимост от възприемателните възможности на учениците.

Първи начин – запис на числовата информация така, че да се разкрие зависимостта между числата във втория ред на таблицата (таблица 4) и съответно да се попълнят последователно липсващите числа.

Брой маси	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Брой хора	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38

Таблица 4

Втори начин – представяне на аритметичните суми така, че да се открие зависимостта в общия случай. Тогава се налага да се представят числата 3, 6, 9, 12 ..., като произведения на числото 3 с число, по-голямо от нула, т.е.:

$3 = 3 \cdot 1$; $6 = 3 \cdot 2$; $9 = 3 \cdot 3$; $12 = 3 \cdot 4$ и т. н. (таблица 5)

t	p	p
1	$3 + 2 = 5$	$3 \cdot 1 + 2 = 5$
2	$6 + 2 = 8$	$3 \cdot 2 + 2 = 8$
3	$9 + 2 = 11$	$3 \cdot 3 + 2 = 11$
4	$12 + 2 = 14$	$3 \cdot 4 + 2 = 14$
...	...	...

Таблица 5

След оформяне на таблица 5 вече не е трудно да се направи обобщението, че броят на хората зависи от броя на масите по следния начин: $p = 3 \cdot t + 2$. Тогава решението на задачата за маса, съставена от 12 трапециодни блока, се свежда до заместване на t в полученото уравнение с 12, т.е. $p = 3 \cdot 12 + 2$.

Отговор. 38 души могат да се разположат около маса, образувана от 12 трапециодни маси.

Коментар

Обобщаването на съществуващата зависимост с помощта на буквени означения предоставя възможности за решаване на задачата при произволни

стойности на t . Така учениците не само по-леко и достъпно разкриват и установяват търсените зависимости, но и се подготвят за изучаване на знания, разглеждани в по-горните класове (числови редици, откриване на общ член на числови редици, аритметична прогресия и др.).

Като се има предвид опитът у нас при решаване на задачи от олимпиади, конкурси и състезания, а също така и наблюденията в ОУ „Св. Патриарх Евтимий“ – Велико Търново, то може да се каже, че още в началните класове е възможно съзнателно и целенасочено да се създават предпоставки за решаване на задачи, чиито решения изискват откриване и формулиране на функционални зависимости, както и представянето на такива зависимости по различни начини. В началните класове най-подходящо е табличното представяне, но в някои случаи функционалните зависимости биха могли да се илюстрират и графично (задължително с помощта на учителя). Като пример може да се разгледа задача 5.

Задача 5. През ваканцията Ива успяла да си спести няколко лева. Като награда, нейната баба предложила две възможности.

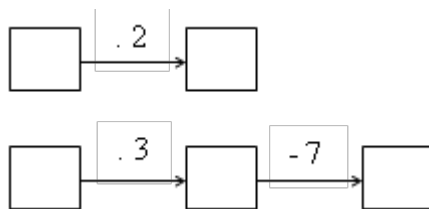
Първа възможност: да удвои спестените пари на Ива.

Втора възможност: да утрои спестените пари и после от тях да вземе 7 лева.

Помогнете на Ива да направи по-добрата сделка. Винаги ли едната възможност е по-добра? “

Решение

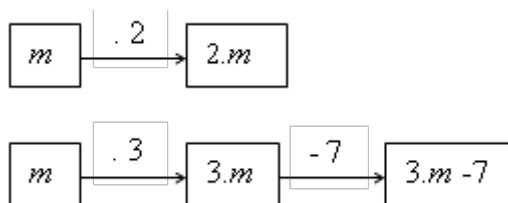
Ще представим структурата на задачата със следната карта, която е „двулинейна“ диаграма от „квадратчета и стрелки“ (фиг. 11).



Фигура 11

Тъй като не е известно колко лева е спестила Ива, налага се учениците да бъдат насочени към разглеждане на конкретни стойности за нейните спестявания, като за всяка предполагаема спестена сума успоредно се изчисляват двете възможни суми, предложени от нейната баба.

Ако с m се означат спестените от Ива пари (в левове) и запишем в квадратчетата получените стойности, то при първата възможност Ива ще получи пари, означени с израза $2 \cdot m$, а при втората – с израза $3 \cdot m - 7$ (фиг. 12).



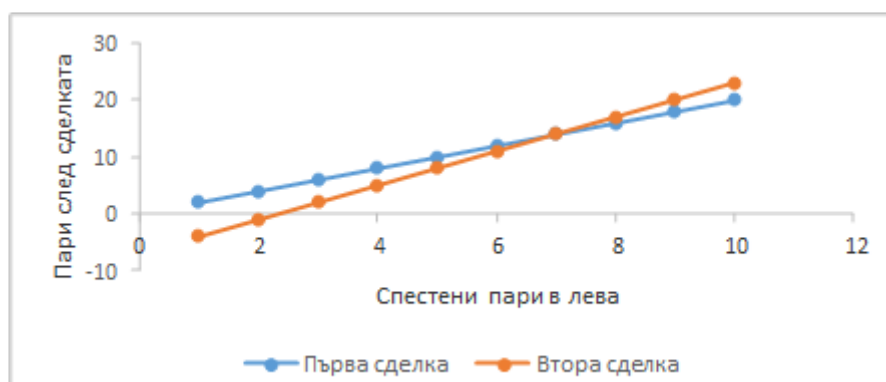
Фигура 12

Същата информация може да се представи нагледно и с помощта на таблица (таблица 6). По този начин у учениците постепенно се изгражда представа за графика на функция, както и умение за проследяване „поведението“ на функция.

m (лева)	2 . m (лева)	3 . m – 7 (лева)
1	2	не достигат 4 лв.
2	4	не достига 1 лв.
3	6	2
4	8	5
5	10	8
6	12	11
7	14	14
8	16	17
9	18	20
10	20	23
...	...	...

Таблица 6

Освен таблично тази зависимост може да бъде илюстрирана от учителя и с помощта на графика (фиг. 13).



Фигура 13

Както таблицата, така и графиката показват, че ако Ива е спестила по-малко от 7 лева, по-добрата възможност е първото предложение. Ако нейните спестявания са над 7 лева, тогава тя ще получи повече пари, ако избере второто предложение. В случай че спестяванията на Ива са точно 7 лева, не е от значение коя възможност ще избере, тъй като и в двата случая ще получи еднаква сума пари.

Заклучение

Решаването на подходящо подбрани задачи и използването на методи за решаване, съобразени с възрастовите особености на учениците, са необходими условия за далечна пропедевтика на понятието функция в обучението по математика в началните класове. Предоставянето на възможности за разкриване и изобразяване на функционални зависимости между величини по различни начини (вербално, знаково, таблично, графично) още в първите години от обучението по математика, както и усвояването на знания и формирането на умения за проследяване „поведението“ на една функция, са важни предпоставки за разбиране съдържанието на понятието функция и задълбоченото усвояване на алгебричните знания. Пропедевтиката на алгебричните знания е доста дълъг и труден процес, който може да започне още от първи клас с адаптирането на подходящи за целта аритметични задачи.

REFERENCES / ЛИТЕРАТУРА

Varbanova, M. (2013). *Structure-functional modelling in primary school mathematics*. Plovdiv: Astarta. [Върбанова, М. (2013). *Структурно-функционално моделиране в началната училищна математика*. Пловдив: Астарта.]

- Varbanova, M. (2013). *Methodology of teaching mathematics in primary school*. Plovdiv: Astarta. [Върбанова, М. (2013). *Методика на обучението по математика в началните класове*. Пловдив: Астарта.]
- Lalchev, Z., M. Varbanova & I. Voutova (2016). Arithmetical or Algebraic Method in Solving Primary School Mathematical Problems. *Mathematics and Informatics*, 59 (1), 11 - 29. [Лалчев, З., Върбанова, М. & Вутова, И. (2016) Алгебричен или аритметичен метод за решаване на задачи в началната училищна математика. *Математика и информатика*, 59 (1), 11 – 29]
- Lalchev, Z., M. Varbanova, I. Voutova & I. Dushkov (2016). Euler-Venn Diagrams or MZ-Cards in Primary School Mathematics. *Mathematics and Informatics*, 59 (2), 143 – 170. [Лалчев, З., Върбанова, М., Вутова, И. & Душков, И. (2016). Ойлер-Вен диаграми или mz-карти в началната училищна математика. *Математика и информатика*, 59 (2), 143 – 170]
- Lalchev, Z. & M. Varbanova (2014). *Two Approaches to Study Equations in Primary School Mathematics*. *Mathematics and Informatics*, 57 (5), 502 – 519. [Лалчев, З. & Върбанова, М. (2014) Два подхода за изучаване на уравнения в началната училищна математика. *Математика и информатика*, 57 (5), 502 – 519]
- Lalchev, Z., M. Varbanova & I. Voutova (2015). *Elementary Arithmetic Problems. Structure and Mathematical Model. Classification. Word Problems*. *Mathematics and Informatics*, 58 (3), 231 – 251. [Върбанова, М., Лалчев, З. & Вутова, И. (2015). Елементарни аритметични задачи. Структура и математически модел. Класификация. Текстови задачи, *Математика и информатика*, 58 (3), 231 – 251]
- Lalchev, Z. & M. Varbanova (2015). *Composite Arithmetic Problems. Structure-Technological Model and MZ-map of a Problem. Word Problems*. *Mathematics and Informatics*, 58 (4), 343 – 375. [Лалчев, З. & Върбанова, М. (2015). Съставни аритметични задачи. Структурно-технологичен модел и mz-карта на задачата. Текстови задачи. *Математика и информатика*, 58 (4), 343 – 375]
- Blanton, M. (2000) Algebra and the Elementary Classroom Transforming Thinking, Transforming Practice National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics* (p. 160)
- Brizuela, B. & Earnest, D. Multiple Notational Systems and Algebraic Understandings. *The Case of the 'Best Deal' Problem*". *Algebra in the Early Grades*, p. 273 – 301.

SOME IDEAS FOR PROPAEDEUTICS OF THE CONCEPT OF FUNCTION IN PRIMARY SCHOOL

Abstract. The present paper considers some ideas for propaedeutics of the concept of function in primary school. Arithmetic problems are discussed, “upgraded” with additional questions and exemplary solutions are proposed. The aim is to create provoking possibilities for students to search and formulate relationships among variables, thus realizing generalizing reasoning on the base of the primary school curriculum.

¹⁾**Ms. Katina Toncheva, PhD student**

²⁾**Prof. Dr. Margarita Varbanova**

Faculty of Mathematics and Informatics

University of Veliko Tarnovo

3A, Arh. G. Kozarev Blvd.

5000 Veliko Tarnovo, Bulgaria

E-mail: ¹⁾katina_t@abv.bg, ²⁾mvarbanova11@abv.bg