

## БЕЛЕЖКА ВЪРХУ ЕДНА ОТ ЗАДАЧИТЕ ЗА VII КЛАС – 22 МАЙ 2017 Г.

<sup>1</sup>Сава Гроздев, <sup>2</sup>Веселин Ненков

<sup>1</sup>Висше училище по застраховане и финанси – София

<sup>2</sup>Технически колеж – Ловеч

**Резюме.** Повод за настоящата бележка е задача 24 от Националното външно оценяване за VII клас, проведено на 22 май 2017 г.

*Keywords:* problem; solution; 7<sup>th</sup> grade; national assessment

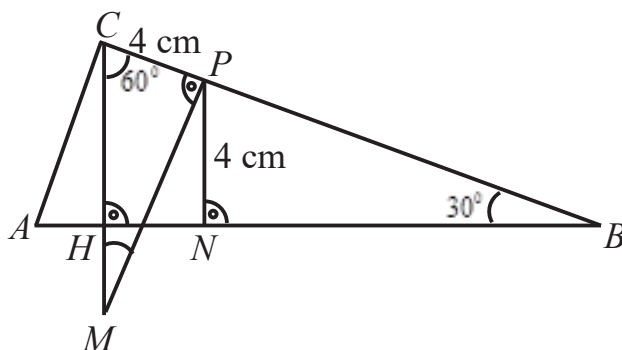
Една от задачите от Националното външно оценяване за VII клас (втори модул), проведено на 22 май 2017 г., е следната:

**Задача.** Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$  с височина  $CH$  ( $H \in AB$ ). Върху страната  $BC$  е взета точка  $P$  такава, че разстоянията от нея до връх  $C$  и до страната  $AB$  са равни на 4 cm. През точка  $P$  е построена права, перпендикулярна на  $BC$ , която пресича правата  $CH$  в точка  $M$  и  $CM = 8$  cm.

А) Намерете дължината на страната  $BC$ .

Б) Намерете лицето на  $\triangle ABC$ , ако  $AB = 14$  cm.

В) Определете отношението  $CM : CH$ .



*Решение.* Разглеждаме правоъгълния  $\triangle CMP$ . Тъй като катетът  $CP$  (4 cm) е два пъти по-малък от хипотенузата  $CM$  (8 cm), то от обратната теорема за катет в правоъгълен триъгълник срещу ъгъл от  $30^\circ$  следва, че  $\angle CMP = 30^\circ$ . Но ъглите  $CMP$  и  $CBH$  са с взаимно перпендикулярни рамене и следователно  $\angle CBH = \angle CMP = 30^\circ$ . Нека  $N$  е петата на перпендикуляра от  $P$  към  $AB$ . По условие  $PN = 4$  cm.

А) Разглеждаме правоъгълния  $\triangle PBN$ . От правата теорема за катет в правоъгълен триъгълник срещу ъгъл от  $30^\circ$  следва, че  $PB = 2PN = 2 \cdot 4 = 8$  cm. Тогава

$$BC = CP + PB = 4 + 8 = 12 \text{ cm.}$$

Съгласно критериите за оценяване, на получените дотук резултати се присвждат 7 точки (от общо 10 за задачата): 2 точки за чертежа, по 2 точки за намиране на ъглите  $CMP$  и  $CBH$ , 1 точка за намиране на  $BC$ .

Б) В тестовата книжка към задачата е включено следното упътване: ***Запишете пълното решение на задача 24, придружено с чертеж, който да отговаря на условието и необходимите обосновки.*** Следвайки упътването, построяваме  $\triangle ABC$  с реалните му размери, т.е. триъгълник със страни 14 cm и 12 cm и ъгъл между тях  $30^\circ$ . Да припомним, че построяването на ъгъл  $30^\circ$  с линейка и пергел става с помощта на правоъгълен триъгълник, в който единият от катетите е два пъти по-малък от хипотенузата. След това (пак с линейката и пергела) построяваме перпендикуляр към  $BC$  през точката  $C$ . Веднага се забелязва, че  $\angle ACB$  не е остър и тъй като по условие  $\triangle ABC$  е остроъгълен, заключаваме, че задачата няма решение. Ако ученикът е обърнал достатъчно внимание на упътването и се е опитал да направи **чертеж, който да отговаря на условието на задачата**, той ще стигне до верния отговор. Използваното доказателство се основава на построение. Съществуват и аналитични доказателства, но те не са по силите на един седмокласник предвид изучаваното учебно съдържание (например с помощта на Питагорова теорема или с тригонометрия – материал, който е застъпен в гимназиалните класове). Трябва да отбележим, че доказателство с построение, макар и достъпно за VII клас, е нетипично и не фигурира в учебната програма и учебниците. Едва ли съществуват ученици, които са го използвали по време на изпита. Ако има такива, те със сигурност са единици. Формално погледнато обаче, то наистина е достъпно, което доказва тезата в тази бележка, че задача 24 не е стрешена.

Напълно естествено е една математическа задача да няма решение и примери за наличие на такова обстоятелство са в изобилие. Освен цитираното упътване към задачата мотив за подобен подход към А) е, че никъде в условието до този момент не се говори за намиране на височината  $CH$ . Самата височина се споменава за първи път във В). И откъде накъде в критериите

за оценяване се предвижда 1 точка за намиране на  $CH$  преди намиране на лицето  $S_{ABC}$ . Причината е, че на автора на задачата му се „иска“ ученикът да игнорира упътването и без никакви проверки да пристъпи към прилагане на формулата за лице на триъгълник по страна и височина към нея. Авторът би имал право на това, ако беше формулирал задачата по друг начин. Например:

**Алтернативна формулировка 1.** Даден е  $\triangle ABC$  с височина  $CH$ , където  $H$  е от страната  $AB$ . Върху страната  $BC$  е взета точка  $P$  такава, че разстоянията от нея до връх  $C$  и до страната  $AB$  са равни на 4 cm. През точка  $P$  е построена права, перпендикулярна на  $BC$ , която пресича правата  $CH$  в точка  $M$  и  $CM = 8$  cm.

А) Намерете дължината на страната  $BC$ .

Б) Намерете лицето на  $\triangle ABC$ , ако  $AB = 14$  cm.

В) Определете отношението  $CM : CH$ .

**Алтернативна формулировка 2.** Даден е тъпоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\angle ACB > 90^\circ$ ) с височина  $CH$  ( $H \in AB$ ). Върху страната  $BC$  е взета точка  $P$  такава, че разстоянията от нея до връх  $C$  и до страната  $AB$  са равни на 4 cm. През точка  $P$  е построена права, перпендикулярна на  $BC$ , която пресича правата  $CH$  в точка  $M$  и  $CM = 8$  cm.

А) Намерете дължината на страната  $BC$ .

Б) Намерете лицето на  $\triangle ABC$ , ако  $AB = 14$  cm.

В) Определете отношението  $CM : CH$ .

**Алтернативна формулировка 3.** Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$  с височина  $CH$  ( $H \in AB$ ). Върху страната  $BC$  е взета точка  $P$  такава, че разстоянията от нея до връх  $C$  и до страната  $AB$  са равни на 4 cm. През точка  $P$  е построена права, перпендикулярна на  $BC$ , която пресича правата  $CH$  в точка  $M$  и  $CM = 8$  cm.

А) Намерете дължината на страната  $BC$ .

Б) Определете отношението  $CM : CH$ .

В) Намерете лицето на  $\triangle ABC$ , ако  $AB = 13,8$  cm.

Промените в алтернативната формулировка 3 са две: заменени са местата на подточки Б) и В), а дължината на страната  $AB$  е намалена така, че триъгълникът да бъде наистина остроъгълен (възможни са и други подходящи стойности на  $AB$ ). Първата промяна съдържа естествено „подказване“, което насочва ученика към пресмятане на височината  $CH$ .

Продължаваме решението на оригиналната задача.

В) Разглеждаме правоъгълния  $\triangle HBC$ . От правата теорема за катет в правоъгълен триъгълник срещу ъгъл от  $30^\circ$  следва, че  $CH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$  cm.

Тогава

$$CM : CH = 8 : 6 = 4 : 3.$$

Ученикът получава още 2 точки: 1 точка за  $CH$  и 1 точка за намиране на отношението.

В края на бележката ще споменем отново основната теза: задача 24 от темата за външно оценяване в VII клас не е сгрешена. Неточности има в критериите за оценяване. Но учениците не разполагат с критериите по време на изпита и нямат нищо общо с тях. При това критериите са винаги с предварителен характер, защото не е възможно да се предвидят всички подходи. Следователно учениците не са поставени пред невъзможност да решат задача 24 в пълнота. Учудваща е разрасналата се кампания (организирана от недоброжелатели), че задача 24 била сгрешена. Друг е въпросът защо повечето ученици са умножили дължините на  $AB$  и  $CH$ , разделили са с 2 и са получили отговор  $42 \text{ cm}^2$  за лицето на несъществуващия триъгълник  $ABC$ . Дискусия изобщо не би имало, ако вместо въпросната задача 24 беше предложена друга задача. Но за това вината не е на МОН, а на Центъра за оценяване в предучилищното и училищното образование. Очевидно е, че отговорните фактори в Центъра не са анализирали в достатъчна степен миналогодишните гафове със същото това външно оценяване в VII клас и продължават да включват хора със съмнителни математически компетенции в групата на авторите и експертите оценители.

## A NOTE ON ONE OF THE PROBLEMS FOR 7<sup>TH</sup> GRADE – MAY 22, 2017

**Abstract.** The present note is on the occasion of Problem 24 from the National external assessment for 7<sup>th</sup> grade held on May 22, 2017.

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc**

University of Finance, Business and Entrepreneurship  
1, Gusla St.

1618 Sofia, Bulgaria

E-mail: sava.grozdev@gmail.com

✉ **Assoc. Prof. Veselin Nenkov, PhD.**

Technical College

31, Sajko Saev St.

5500 Lovech, Bulgaria

E-mail: vnenkov@mail.bg