

Министерство  
на образованието и науката

**АЗ·БУКИ**

Национално издателство  
за образование и наука

**БЪЛГАРСКИ ЕЗИК  
И ЛИТЕРАТУРА**

Българско научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**ИСТОРИЯ**

Българско научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**МАТЕМАТИКА  
И ИНФОРМАТИКА**

Българско научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**ПРЕДУЧИЛИЩНО  
НАЧАЛНО ОБРАЗОВАНИЕ  
ПЕДАГОГИКА**

Българско научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**ХИМИЯ  
ПРИРОДНИТЕ НАУКИ  
В ОБРАЗОВАНИЕТО**  
астрономия  
биология  
география  
физика

**ПРОФЕСИОНАЛНО  
ОБРАЗОВАНИЕ**

Българско научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**СТРАТЕГИИ  
НА ОБРАЗОВАТЕЛНАТА  
И НАУЧНАТА ПОЛИТИКА**

Научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**Философия**

Българско научно-методическо списание  
• Година XX, 2012 • Класик 1

**Чуждоезиково  
обучение**

Научно-методическо списание  
• Година XXXV, 2012 • Класик 1

# Избрано

от текстовете, публикувани в списанията  
на Национално издателство

**АЗ·БУКИ**

[www.azbuki.bg](http://www.azbuki.bg)

**15** 12 –18 април 2018 г.

# Аналози на лицето и обема в пространства с по-висока размерност

Откъс от „Елементарни точкови конфигурации. Диагонален принцип. Инварианти“

**Здравко Лалчев**

**Ирина Вутова**

Софийски университет „Св. Климент Охридски“

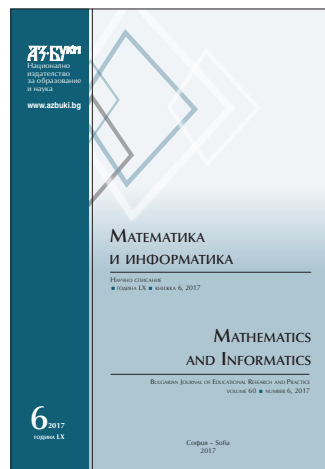
## 1. Преварителни бележки

Дори малките ученици знаят, че при намиране лице на триъгълник е без значение коя от трите страни е избрана за основа, т.е. лицето на триъгълника не зависи от реда на точките, които са негови върхове. Добре е известно, че произволна точка във вътрешността, свързана праволинейно с върховете, разделя триъгълника на три триъгълника, сборът от лицата на които е равен на лицето на основния триъгълник. Също така е известно, че съществуват различни формули, т.е. различни алгебрични изрази, които представят величината лице (на триъгълник). Много от свойствата на лицето на триъгълник могат да бъдат „пренесени“ и в пространствената геометрия. За целта е достатъчно триъгълникът да се замени с тетраедър, а лицето – с обем. Например при задачи, свързани с обем на тетраедър, често пъти решението се „получава“, като се смени основата. Последният подход има не само евристична, но и доказателствена стойност. (Обемът на тетраедъра не зависи от това коя от четирите стени е основа.) Както при триъгълника, така и при тетраедъра, произволна точка във вътрешността, свързана праволинейно с върховете, разделя тетраедъра на четири тетраедъра, сборът от обемите на които е равен на обема на основния тетраедър.

В този ред на мисли, изниква въпросът дали „важните“ понятия лице на триъгълник и обем на тетраедър са „привилегия“ само на двумерното и тримерното пространство и дали в пространства с размерност, по-висока от 3, могат да се намерят техни аналози.

Оказва се, че идеята за търсене на аналози на лице и обема в пространства с по-висока размерност може

Заглавието е на редакцията



[www.mathinfo.azbuki.bg](http://www.mathinfo.azbuki.bg)

Главен редактор  
Проф. д.п.н. Сава Гроздев  
E-mail: [sava.grozdev@gmail.com](mailto:sava.grozdev@gmail.com)

Редактор  
Живка Бакалова  
0878 652 676

Тел.: 02/425 04 70  
02/425 04 71

E-mail: [mathinfo@azbuki.bg](mailto:mathinfo@azbuki.bg)

## Съдържание на сп. „Математика и информатика“, кн. 6/2017:

### НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИ СТАТИИ

A Survey of Mathematics Discovered by Computers. Part 2.  
/ Sava Grozdev, Hiroshi Okumura, Deko Dekov

Три инварианти в една задача / Ксения Горская, Дарья Коптева, Асхат Еремекбаев, Арман Жетиру, Азат Бермухамедов, Салтанат Кошер, Лили Стефанова, Ирина Христова, Александра Йовкова

Games with Modified Dice /  
Aldiyar Zhumashov

#### ОБРАЗОВАТЕЛНИ ТЕХНОЛОГИИ

Елементарни точкови  
конфигурации. Диагонален  
принцип. Инварианти / Здравко  
Лалчев, Ирина Вутова

Логаритмични и показателни  
функции в трансцендентни  
уравнения (III част) / Диана  
Стефанова

Some Numerical Sequences  
Concerning Square Roots (Part  
Two) / Rosen Nikolaev, Tanka  
Milkova, Yordan Petkov

Занимателни задачи по темата  
„Картинна галерия“ / Мирослав  
Стоимиров, Ирина Вутова

#### КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ

Конкурсни задачи на броя  
Решения на задачите от брой  
1, 2017

#### ГОДИШНО СЪДЪРЖАНИЕ

да бъде разширена и развита, но за тази цел е необходимо да се излезе от ограниченията на инструментариума на елементарната геометрия. В тази връзка е целесъобразно (според нас) проблемната ситуация да се моделира векторно-алгебрично, задачата да се пренесе в „полето“ на аналитичната геометрия и (за целите на изследването) да се приложат средства на линейната алгебра (Vutova, 2014). Един вариант в тази посока е предложен в следващите точки на разработката.

## 2. Двумерно пространство

### 2.1. Уводни бележки. Лема.

Нека в равнината (2-мерно пространство) е дадена афинна координатна система.

Нека  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \dots$  са вектори с координати, съответно:

$$\mathbf{a}_1 = (\alpha_{11}, \alpha_{12})$$

$$\mathbf{a}_2 = (\alpha_{21}, \alpha_{22})$$

$$\mathbf{a}_3 = (\alpha_{31}, \alpha_{32})$$

.....

Да въведем следните означения:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}, \dots, \begin{vmatrix} \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_2 \end{vmatrix} \text{ и т.н.};$$

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{22} & 1 \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}, \dots,$$

$$\begin{vmatrix} \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 1 \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1 \end{vmatrix} \text{ и т.н.};$$

Като вземем предвид, че

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{vmatrix},$$

достигаем до следната:

$$\text{Лема. За детерминантите } \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix} \text{ и } \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}$$

е в сила равенството:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}.$$

**Коментар.** Равенството в лемата се „конструира“ лесно, като се приложи „диагонален“ принцип. Лявата

страна се получава, като „колонката“  $\begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}$  се запише

три пъти последователно на един ред, т.е.  $\begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}$ , след което буквите ( $\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1$ )

по второстепенния „диагонал“ на получената „матрица“ се зачертават. Така се получават детерминантите  $\begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_1 \end{vmatrix}$ . Знаците пред тях (+ и -) се сменят алтернативно,

като се започва със знака „+“. (Дясната страна е  $\begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}$ .)

## 2.2. Елементарна точкова конфигурация в двумерно пространство

Нека  $A_1, A_2, A_3$  са три точки в равнината. Като свържем с отсечка всяка една от точките с останалите две, получаваме три отсечки –  $A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3$ . Така получената конфигурация ще наричаме **елементарна точкова конфигурация** в двумерното пространство. Точките  $A_1, A_2, A_3$  ще наричаме **върхове**, а отсечките  $A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3$  ще наричаме **ръбове** на конфигурацията.

### 2.2.1. Детерминанта на наредена тройка точки

Нека са дадени точките  $A_1, A_2, A_3$  с координати съответно:

$$A_1(\alpha_{11}, \alpha_{12}), A_2(\alpha_{21}, \alpha_{22}), A_3(\alpha_{31}, \alpha_{32}).$$

Детерминанта  $\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \end{vmatrix}$  ще наричаме **детерминанта** на наредената

тройка точки ( $A_1, A_2, A_3$ ). Съгласно въведените по-горе означения можем да запишем:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}.$$

Тъй като три обекта могат да бъдат наредени по  $3!$  начина, то с тройката точки  $A_1, A_2, A_3$  можем да свържем  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  детерминанти от трети ред, а именно:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1 \end{vmatrix}.$$

Въпросните детерминанти се получават една от друга чрез разместване на редове. Това означава, че техните абсолютни стойности са равни.

Известно е, **че ако базата на координатната система определя триъгълник с лице 1, то детерминанта на тройката точки  $A_1, A_2, A_3$  е равна на ориентираното лице на триъгълника с върхове  $A_1, A_2, A_3$**  (Gjonov & Stoev, 1994).

### 2.1.2. Теорема. Правило на диагонала. Инвариант на елементарна точкова конфигурация

**Теорема.** Нека точките  $A_1, A_2, A_3$  в равнината образуват наредена тройка (в този ред) и  $X$  е произволна точка от равнината. Нека точките имат координати съответно:

$$A_1(\alpha_{11}, \alpha_{12}), A_2(\alpha_{21}, \alpha_{22}), A_3(\alpha_{31}, \alpha_{32}), X(x_1, x_2).$$

Тогава за детерминантите  $\begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{X} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{X} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}$  е в сила равенството:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{X} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{X} \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{vmatrix}.$$

Доказателство:

$$\begin{aligned}
& \begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ X \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A_1 \\ X \\ A_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix} = \\
& = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 \\ x \\ a_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 \\ x \\ a_3 \end{vmatrix} + \\
& + \begin{vmatrix} a_1 \\ x \\ a_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} + \\
& + \begin{vmatrix} x \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x \\ a_3 \\ a_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \end{vmatrix} = \\
& = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}.
\end{aligned}$$

**Коментари и изводи**

1) Равенството в теоремата се „конструира“ лесно, като се приложи „диагонален“ принцип. Лявата страна се получава, като „колонката“  $\begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}$  се запише три пъти последователно на един ред, т.е.

$\begin{vmatrix} A_1 & A_1 & A_1 \\ A_2 & A_2 & A_2 \\ A_3 & A_3 & A_3 \end{vmatrix}$ , след което буквите  $(A_3, A_2, A_1)$  по „второстепенния диагонал“ на получената „матрица“ се заменят с буквата  $X$ . Така се получават детерминантите

$\begin{vmatrix} A_1 & A_1 & X \\ A_2 & X & A_2 \\ X & A_3 & A_3 \end{vmatrix}$ , които се свързват със знаци „+“. (Дясната страна е  $\begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}$ .)

2) Съгласно лемата сборът  $\begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_1 \end{vmatrix}$  (на детерминантите, разположени по „главния диагонал“) е равен на  $\begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}$ . Останалите събираеми (детерминанти) могат да

бъдат групирани по двойки така, че във всяка двойка компонентите да са противоположни числа. Събираемите с противоположни стойности са разположени симетрично на главния диагонал. Това означава, че сборът на детерминантите „извън“ главния диагонал е равен на нула. Действително,

$$- \begin{vmatrix} a_1 \\ x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 \\ x \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} a_2 \\ x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x \\ a_2 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} x \\ a_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x \\ a_3 \end{vmatrix} = 0.$$

3) Теоремата показва, че точка  $X$ , „разположена по второстепенния диагонал“ на лявата страна, не участва в дясната страна на равенството. Ето защо тази теорема може да бъде наречена „правило за изключване на точка“ или „**правило на диагонала**“ в двумерно пространство.

4) Теоремата има следния геометричен смисъл.

Ако  $A_1, A_2, A_3$  са три точки в равнината и  $X$  е произволна точка от тази равнина, то **алгебричният сбор на ориентираните лица на триъгълниците  $A_1A_2X, A_1XA_2, XA_2A_3$  не зависи от точката  $X$  и е равен на ориентираното лице на триъгълник  $A_1A_2A_3$ .**

5) Горните разсъждения ни дават основание да въведем понятието инвариант на елементарна точкова конфигурация в двумерно пространство. И така: нека е дадена елементарна конфигурация с върхове  $A_1, A_2, A_3$  (в двумерно пространство). Тогава абсолютната стой-

ност на детерминантата на която и да е от наредените тройки, получени от точките  $A_1, A_2, A_3$ , ще наричаме **инвариант на елементарната точкова конфигурация**  $A_1, A_2, A_3$ .

**3. Тримерно пространство**

**3.1. Уводни бележки. Лема.**

Нека в пространството (3-мерно пространство) е дадена афинна координатна система.

Нека  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4 \dots$  са вектори с координати съответно:

$$\mathbf{a}_1 = (\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}),$$

$$\mathbf{a}_2 = (\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}),$$

$$\mathbf{a}_3 = (\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}),$$

$$\mathbf{a}_4 = (\alpha_{41}, \alpha_{42}, \alpha_{43}),$$

.....

Да въведем следните означения:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix}, \quad \dots, \quad \begin{vmatrix} \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_4 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix} \text{ и т.н.};$$

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_4 \end{vmatrix}, \quad \dots, \quad \begin{vmatrix} \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_4 \end{vmatrix} \text{ и т.н.}$$

Като вземем предвид, че

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{4+4} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{3+4} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} \end{vmatrix} + (-1)^{2+4} \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} \end{vmatrix} + (-1)^{1+4} \begin{vmatrix} \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} \end{vmatrix},$$

достигаем до следната:

**Лема.** За детерминантите  $\begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix}$  и  $\begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_4 \end{vmatrix}$  е в сила равенството:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{a}_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \\ \mathbf{A}_4 \end{vmatrix}.$$

Пълния текст четете в сп. „Математика и информатика“, кн. 6/2017 г.

# Акценти на формалното и неформалното образование

*Откъс от „Неформално и формално образование – ефекти на свързаността“*

**Силвия Върбанова**

Софийски университет „Св. Климент Охридски“

Обсъжданията на формалното и неформалното образование акцентират на специфични характеристики, определящи както различията между тях, така и възможностите за взаимно допълване и свързване. Значителна част от проучванията и анализите насочват към разбирането, че формалното и неформалното образование е необходимо да се разглеждат като взаимодействащи си, а не като паралелни и дори противопоставени образователни подсистеми. Взаимодействието им е в основата на холистичната перспектива на ученето през целия живот.

Ефектите на свързаността се проследяват и проучват както по отношение на преднамерените действия, така и във връзка с непреднамерените влияния и резултати, създаващи добавена стойност в образованието. Основните посоки на тази свързаност са по линията на:

- познавателно развитие и образователен успех;
- социализация и личностно развитие;
- социално-емоционално развитие и адаптивност;
- образователни избори и професионално развитие.

**Влиянието на натрупаните предимства. Ефектът на Матей в образованието**

Влиянието на неформалното образование върху познавателното развитие и образователния успех се свързва в най-голяма степен с ефектите на натрупаните предимства. В социалните науки механизмът на натрупаните предимства често се използва в обясненията на социалните неравенства. Ранните предимства в житейския път се разглеждат като ключов ресурс в стратификационния процес, в познавателното развитие, в икономическото благосъстояние, цикъла на бедността, карьерния растеж, благополучието, здравето. Робърт Мъртън нарича механизма на натрупаните предимства „Ефект на Матей“, като го свързва със стиха от Евангелието от Матей:

*Заглавието е на редакцията*



www.pedagogy.azbuki.bg

Главен редактор

Проф. д-р Емилия Василева  
E-mail: embavassi@abv.bg

Редактор

Любомира Христова  
0889 22 12 15

Тел.: 02/425 04 70  
02/425 04 71

E-mail: pedagogy@azbuki.bg

**Съдържание  
на сп. „Педагогика“,  
кн. 1/2017:**

*КЪМ ЧИТАТЕЛЯ*

**НЕФОРМАЛНО  
ОБРАЗОВАНИЕ**

Неформалното образование:  
тема с продължение / *Силвия Николова*

Неформално и формално образование – ефекти на свързаността /  
*Силвия Върбанова*

„Образователен театър“ на сцената на неформалното образование в България / *Радка Василева*



За перспективите и възможностите на неформалното образование за развитие на природонаучната грамотност на учениците / *Иса Хаджали, Явор Киряков, Александър Милушев*

Анимационни проекти, основани на модел по образователна драма в началното училище / *Мария Николова*

Интердисциплинарно неформално обучение на талантливи ученици от Софийската математическа гимназия / *Александрия Генджова, Борис Толев*

Образователни ресурси за превенция на дискриминацията и насилието в масовия спорт в училище и в спортни клубове / *Пенка Кожухарова, Чавдар Стойчев, Надежда Йорданова, Теодора Симеонова*

Неформално професионално развитие за учители с фокус върху приобщаващото образование – възможностите на онлайн обучението през опита на Центъра за приобщаващо образование / *Маргарита Аспарухова, Лилия Кръстева-Пеева*

#### ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИ ПРОНИКНОВЕНИЯ

Взаимовръзка между културния произход, социалния статус на бъдещия ученик и неговата училищна готовност / *Мария Тенева*

#### ПАРТНЬОРСТВО УЧИЛИЩЕ – РОДИТЕЛИ

Партньорство училище – родители / *Янка Такева*

Новите педагогически парадигми и взаимодействието с деца и родители в образованието / *Нели Бояджиева*

Добри практики „Партньорство родители – училище“ / *Мехмед Имамов, Калинка Гайтаничева*

Взаимодействие училище и родители / *Тинка Попова*

Как се намира пътят към доброто взаимодействие между училище и родители / *Татяна Михайлова*

Взаимодействие училище и семейство / *Бойко Свиленов*

„Защото всекиму, който има, ще се даде и преумножи, а от оновова, който няма, ще се отнеме, ще се отнема, що има“ (DiPrete & Eirich, 2006: 271 – 277). Идеята дава тласък на изследванията, които проучват как настоящи равнища на предимства се отразяват на бъдещо натрупване на такива. Механизмът на натрупаните предимства става част от обясненията как увеличаването на малките различия във времето създава преимущества или ограничения в образователното развитие, доходите и кариерата (DiPrete & Eirich, 2006: 272). Тук няма да бъдат разглеждани различните форми на натрупаните предимства. Вниманието ще бъде насочено към процесуалното им значение в образованието. Натрупващите се предимства и недостигатъци по отношение на основни умения и характеристики в началните години на обучение се преобразуват в огромна празнина в компетентността, навиците и представянето в последвалите години на образованието и могат да се превърнат в сериозни проблеми за по-нататъшното учене, заетост, материално благосъстояние.

Един от водещите учени, който проучва процесуалното значение на натрупаните предимства в образованието, е Кийт Станович. Той изследва „Ефекта на Матей“ в четенето, като проследява последици от индивидуалните различия в ограмотяването (Stanovich, 1986). Станович показва, че умението за четене включва много други умения и е в реципрочна причинна връзка с *мрежа от когнитивни умения*, чрез която се създават диференцирани предимства в образованието. Той установява, че изключително големи разлики в четивната техника се проявяват още в средата на първата година от обучението на децата в училище. Тези разлики се увеличават многократно в началото на следващата година (DiPrete & Eirich, 2006: 360 – 364). Проблемите в четивната техника водят до по-малко четивна практика, което затруднява разбирането на контекста на прочетеното, на идеите в текста. Ранните успехи и неуспехи увеличават пропастта между учениците и техните връстници, като в началото разликите са в овладяване на четенето, а после – в четивните *умения за учене*. Колкото повече тази последователност на развитието продължи, толкова повече генерализирани дефицити се появяват, „просмуквайки“ се в повече области на познанието и победението (DiPrete & Eirich, 2006: 380 – 383).

В търсенето на отговори в каква степен училището може да намали някои от образователните дефицити, повлияни от социално-икономическия статус, изследванията показват изненадваща зависимост. Карл Александър и неговият екип, изследвайки причините за увеличаващите се разлики в постиженията на децата след всяка учебна година в началното училище, проучват равнищата на учебните резултати по време на учебната година и във времето извън училище (Alexander, Entwisle, Olson, 2001). В продължение на пет години изследователите проследяват динамиката в постиженията на 790 деца с различен социално-икономически статус, избрани на случаен принцип от 20 държавни училища. Изследването проучва как се развиват постиженията на учениците по четене и по математика в рамките на учебната година и през лятната ваканция. Първата година на обучение бедните деца започват с относително по-ниски четивни умения както в сравнение с децата от средната класа, така и в сравнение с богатите деца. В края на V клас разликата в резултатите се увеличава значително (Alexander, Entwisle, Olson, 2001: 176). Изследователите прилагат стандартния Калифорнийски тест за постиженията на учениците в края на всяка учебна година и след края на лятната ваканция – в



началото на всяка следваща учебна година. Резултатите показват, че по време на учебната година децата от семейства с нисък социално-икономически статус *повишават убедително познанията си*, като за петте години повишението за тях е средно 191,25 точки; повишението при богатите деца е 186,69 точки; а при тези от средната класа – 216,25 точки. Изоставането на бедните деца от средно богатите е много малко, а в сравнение с богатите те са напреднали дори повече (Alexander, Entwisle, Olson, 2001: 177). Във II клас дори средно на месец са реализирали по-голям прогрес в постиженията си в сравнение с другите две групи, а в рамките на целия период относителният им прогрес е по-висок в сравнение с най-богатите деца. Ако бедните деца напредват убедително в училище, на какво се дължат преимуществените разлики в полза на богатите деца в края на V клас? Авторите установяват, че причината е в „сезонните различия“ в ученето. Оказва се, че *когато не са на училище*, децата с нисък социално-икономически статус, участвали в изследването, не повишават познанията си и четивните си умения, а дори имат „*летни загуби*“. За разлика от тях богатите деца повишават значително уменията си през лятото, поради което започват следващата учебна година с по-висок старт, което се превръща в натрупано образователно предимство и разстоянията между бедните и богатите се увеличават. Така „*извънучилищната логика*“ на познанието чрез включването в организирани активни неформални дейности има значимо влияние върху училищния успех и когнитивното развитие, създавайки образователни предимства за участниците. Потвърждение на идеята за влиянието на „сезонните различия“ в учебното поведение на децата с различен социален произход и загубата на умения през лятото се наблюдава и в други изследвания (Ready, 2010: 272 – 274; Chin & Phillips, 2004). Това насочва към необходимостта от създаването на *достъпни програми* за преизвикателни, вълнуващи дейности (без те да са насилствени), чрез участието си в които децата да поддържат и усъвършенстват познанията и уменията си (Alexander, Entwisle, Olson, 2001: 184; Chin & Phillips, 2004: 206 – 207; Goodall and Vorhaus, 2011). Езиковите умения в по-висока степен са повлияни от образователните характеристики на семейната среда в сравнение с математическите и техническите умения. В представеното изследване на динамиката на постиженията в учебно и извънучебно време учениците от бедни семейства постигат относително сродни равнища на прогрес по математика по време на учебната година. Летните занимания при богатите деца водят до ускоряване на прогреса, но степенята на влияние е с относително по-малка сила в сравнение с характеристиките на постиженията в четенето (Alexander, Entwisle, Olson, 2001: 176 – 178). Голяма част от различията тук могат да бъдат обяснени с лични качества и усилия. Изводите, които авторите правят, са, че в рамките на училището влиянията имат сходен развиващ и компенсиращ ефект независимо от произхода на децата. Извън училище обаче семейните модели, свързани с образованието, имат по-голяма сила и резултатите са свързани с натрупващи се предимства или изоставане от възможни равнища на развитие. В този смисъл, превенцията на познавателното изоставане се разглежда като правило, при това много по-лесно изпълнимо, отколкото преодоляването на натрупани дефицити. Това изисква преосмисляне на разбиранията за интегриране на различните пътища за познание (формални и неформални) в последователна образователна схема.

Ранният опит от неформални образователни програми, свързани с проучвателни дейности, изследователско учене, литературни дейности, дейности в областта на изкуствата и спорта, влияят не само чрез конкретни познания, свързани с учебното съдържание в училищното обучение, но и много по-значимо чрез формиране на *основни когнитивни умения*, трансверсални умения, критична преценка на реалността, гъвкава адаптивна реакция при справяне с комплексни ситуации (Affeldt, F. et al., 2017: 18; Hille, 2016: 7 – 13). В съответствие с установеното в „технологията на формиране на уменията“ овладените умения в раните възрастови периоди подпомагат формирането и развитието на уменията в следващите етапи и повишават постиженията (Sunha, F. et al., 2010).

Погледът на Анет Ларо върху различията в родителските практики при отглеждане и възпитание на децата и връзката им с детските шансове за успех разкрива характеристики, които потвърждават и задълбочават разбиранията за ефектите на неформалното образование върху образователния успех. Чрез етнографско изследване (Lareau, 2002), в което участват деца в начална училищна възраст и техните родители, тя обособява две подхода в родителството: *съгласувано отглеждане* (concerted cultivation) и *осъществяване на естествено израстване* (accomplishment of natural growth). Ларо установява свързаност между основни аспекти на семейния живот, които са от решаващо значение за начина, по който се формират децата. При съгласуваното отглеждане родителите активно насърчават и оценяват талантите, мненията и уменията на децата. При естественото израстване родителите проявяват грижа за децата си, но разчитат на тяхното естествено развитие. Ключовите измерения, по които авторката различава двата подхода, са: организирани на ежедневието; начин, по който се използва езикът; социална свързаност; отношение и намеса в институциите (Lareau, 2002: 752 – 763). Ларо откроява следните различия в подходите на родителите във връзка с тези измерения.

### **Организиране на ежедневието**

В семействата със съгласувано отглеждане в ежедневието на децата има много дейности, които са ръководени от възрастните. Родителите разчитат в *извънкласни дейности* детето не само да развие свои способности, но и да формира социални умения: за решаване на проблеми, за екипна работа, за публично представяне, състезателни умения, умения за справяне с победата и загубата. В семействата, реализиращи естествено израстване, детето прекарва свободното си време предимно с родственици и деца от квартала.

### **Начин, по който се използва езикът**

Особеностите на комуникацията, представени в това измерение, са много близки с характеристиките в общуването, определени от Бърнстейн (Bernstein, 1975, 1999) като „развит“ и „ограничен“ код. Тези характеристики се разглеждат като важен компонент на познавателната социализация. В комуникацията при съгласуваното отглеждане се използва предимно „езикът на разсъжденията“, допуска се децата да оспорват твърденията на възрастните; в разговорите и споровете съществуват „продължителни преговори“, търсене на начин за постигане на споразумение. Родителите се интересуват от мнението на децата по конкретни въпроси. Те използват и директивни изказвания, но значително по-рядко, докато при подхода на естественото израстване директивността в комуникацията преобладава. При втория подход родителите използват много често кратки нареждания и забележки. Те наблюдават повече на прякото дисциплиниране и детето, като цяло, приема директивите. Родителите не се фокусират върху развитието на детските наблюдения, мнение и оценки. Когато децата спонтанно споделят нещо, родителите ги изслушват, но обикновено не задават въпроси и не коментират.

### **Социална свързаност**

При първия подход контактите са в по-разнообразна социална среда, излизаща от рамките на семейните и родовите отношения, социалните контакти не са подчинени на семейната близост, докато при втория – контактите са предимно в роднинската и съседската среда, разширената семейна мрежа се приема като много важна и надеждна.

### **Отношение и намеса в институциите**

В отношенията си с представителите на институции децата, растящи в условията на съгласувано отглеждане, се научават да изразяват мнение, да отправят критика, да се намесват от свое име. При естественото израстване се наблюдава в по-голяма степен зависимост от институциите, съпътствано от чувство на недоверие и безсилие.

Вследствие на тези характеристики на семейните отношения у децата, растящи при съгласувано отглеждане, възниква чувство за смисъл на собствените права, те овладяват разбиране за силата на индивидуалната инициатива. Децата, развиващи се в условията на естествено израстване, са самостоятелни, но у тях възниква чувство за ограничение, те са по-пасивни.

Ларо установява, че подходът на съгласуваното отглеждане е характерен за средната класа, а естественото израстване е определящо при бедните родители и родителите от работническата класа. Тя не установява различия по расов признак. В хода на изследването някои родители от по-ниските социални слоеве демонстрират приемане на принципите на съгласуваното отглеждане, но авторката отбелязва, че тяхната мотивация е различна. Тяхната цел е да се осигури по-скоро зацита на детето, да не се позволи да му бъде навредено (Lareau, 2002: 772). Други изследвания показват различия както по посока на социално-икономическия статут, така и по расов признак (Bodovski, 2010: 153 – 155). Същевременно широкообхватни изследвания (Siraj Blatchford, 2010; Goodall & Vorhaus, 2011) разкриват, че често сред родители с нисък социално-икономически статут се наблюдава значителна подкрепа в образованието чрез съгласувано отглеждане. Във всички случаи обаче децата, развиващи се в „специфичната културна логика“ на съгласуваното отглеждане, имат по-високи постижения в училище. Децата развиват и усъвършенстват когнитивните си умения и заедно с това развиват поведение и некогнитивни характеристики, свързани с усилията, организацията, дисциплината, приемане на трудностите като стимул, които допринасят за успеха в училище *над и отвъд обективните знания* (Bodovski, 2010: 140). Във връзка с неформалното образование значителна роля в този тип родителска практика има първото измерение – организация на ежедневието. Неформалното образование обаче е свързано в различна степен и с останалите измерения. Например по отношение на начина, по който се използва езикът. Преобладаването на развития код на комуникация в семейните отношения се утвърждава и в образователните дейности извън училище. Така детето усъвършенства „езика на разсъжденията“, умението си да извежда причинно-следствени връзки, да формулира идеи и предложения. В полето на социалната свързаност и намесата в институциите децата се потапят в опита на по-възрастните, преминаващи през различни форми на учене през целия живот, което стимулира мотивацията за образование, формира умения да изразяват мнение, да обособяват разбираня, да изслушват и вникват в аргументацията на другите. Това е свързано с когнитивната социализация, а е във връзка и с останалите аспекти на социализацията и успешната социална адаптация, които изискват специално внимание.

### Неформалното образование в контекста на социализацията

В динамиката на постмодерния свят се променя цялостният социокултурен контекст, в който индивидът се развива и изгражда. Процесите на глобализация дестабилизируют традиционни практики и културни възгледи. Мрежите на социални взаимодействия и значения се разширяват и усложняват. Съвременето се характеризира с несрещано до този етап многообразие от възгледи, модели на поведение, творения, пресичащи национални, възрастови, а често и етнически граници. Глобализацията създава нови общи идеи, разбирания, победенчески действия и относителност на много от образците за сравнение и идентификация. Нараства *индивидуализацията* на социалния живот, а традиционните форми на социални класи, на семейството и приетите полови роли отслабват в силата си да определят нашите идентичности и личните биографии (Бек, 2003), появява се дифузия при различни роли, възникват различни „проекти за идентичност“ (Giddens, 1991), където личният смисъл и социалното позициониране се превръщат във въпрос на *усилия и съзнателен избор*. Динамични промени бележат традиционно изградените общности и същевременно постоянно се създават нов тип социални общности с изключително мобилен характер и в повечето случаи опосредствани от електронното общуване. Чрез тях се осъществява смесване, преплитане на „хоризонтите“, създаване на нови културни значения и нови дефиниции за стойностното. Ролята на хората в техния собствен живот нараства, автономията в социалния процес става определяща характеристика. Свободата на индивидуалния избор е по-голяма и възможностите за „сглобяване“ на *собствената биография* са повече. Индивидуализацията е придружена и от по-голям *индивидуален риск*. Разпадането на сигурностите на индустриалното общество носи и натиска индивидът да намери и открие нови сигурности за себе си (Бек, 2003: 188 – 191). Същевременно се наблюдава тенденция за забавяне на постигането на социална зрялост при юношите и младите хора. В съвременното общество детството се удължава изкуствено, ролевата несигурност и целева неопределеност затрудняват самоопределението и водят до „отлагане на зрелостта“. Статусната несигурност и несъгласуваност се превръщат в отличителен белег на съвременното юношество. Тези, които не успеят да формират *способност за справяне с несигурността*, могат да бъдат „изгубени в прехода“ и да останат в юношеския етап като в мораториум, въпреки че според хронологичната възраст вече трябва да са достигнали зрялост (Hurrelmann & Quenzel, 2015: 264 – 264).

Това се отразява на начина, по който би следвало да се преразпределят отговорностите в образованието, като се стимулира в по-голяма степен *самостоятелното действие*. Както образованието, така и цялостното социално формиране, предполага пренасочване към „овластяване“ на индивидите, към овладяване на умения за гъвкава адаптация към променящите се условия, капацитет за справяне с несигурността в комплексни ситуации, умения за контрол на взаимоотношенията и реакциите. Включването в по-широки мрежи на общуване и културни влияния съдейства за изграждане на собствени значения, интерпретации, намерения във връзка с образователните траектории и по отношение на житейските избори. Учениците не са просто потребители в образователния процес, а активни участници в конструирането на познавателния опит, който има трансформираща потенциал да оформя и развива техния капацитет, идентичност, характер и въглед (Varbanova, 2013). Овладяването на задачите на развитието в глобалното общество вече не може да се приравни с простото изпълнение на външните социални очаквания. Овладяването на задачите на развитието се превръща в необходимост от продуктивно персонално обмисляне на изискванията съгласно вътрешни индивидуални стандарти (Hurrelmann & Quenzel, 2015: 268). Индивидуалното обвързване на целите и дейностите във формалното, неформалното и аформалното образование е съществена възможност за отговор на много от съвременните предизвикателства пред успешното социализиране на децата и младите хора.

Неформалното образование създава автономна област на учене, която обогатява формалното образование чрез наблягане и живостта на колорита на социалното учене, където процесът е ориентиран към критичната рефлексия. Чрез ефективната, разчупена комуникация то влияе върху:

- формирането на умения за междуличностно общуване в разнообразна среда;
- постигане на ангажираност, отговорност, автономия;
- солидарност, толерантност, интеркултурно съзнание;
- умение за коопериране, за решаване на проблеми;
- инициатива, способност за справяне с предизвикателства (Lași, 2016: 119 – 120; Varbanova, 2011: 4 – 7; Melnic, Botes, 2014: 113 – 116; Du Bois-Reymond, 2003).

Изследванията и проучването на успешните практики в неформалното образование във връзка със социализацията и личностното изграждане открояват значими ефекти по отношение на *личностните ресурси*, съдействащи за успешна *социална адаптация* и играещи роля на *протективни фактори* в критични ситуации. От особено значение е влиянието по отношение на:

- социалната интеграция – включеността в неформални дейности повишава усещане-

## Избрано

мо за свързаност и споделеност, съдейства за по-доброто приемане в условията на взаимодействие в неформалното образование, подпомага интегрирането на децата от „периферията“ на взаимодействието;

– социална компетентност – социална откритост, способност за изживяване и споделяне на собствените чувства, умения за адекватно интерпретиране на „знаците“ в действията на другите, умения за справяне с конфликти;

– особени умения и постижения – хората със специални таланти, с изявени постижения в някаква област, с хоби се справят по-успешно с трудности, показват по-ниска уязвимост при неуспех, постиженията играят ролята на буфер при неуспех;

– убеждения и стратегии за справяне – вътрешен контрол и умения за справяне в напрегнати ситуации. Организираните дейности в извънучилищна среда повлияват контрола на импулсите, повишават толерантността към фрустрация, съдействат за формиране на гъвкави стратегии за справяне в ситуации на несигурност, за овладяване на умения за справяне с гняв и тревога;

– увереност в себе си и чувство за самоефективност, автономност.

От описанията на целите в предлаганите неформални образователни програми за български ученици се вижда, че независимо от тяхната насоченост (проучвателни дейности, забавна наука, литературни дейности, езикови курсове, програми, свързани с изкуството или със спорта) са включени дейности, съдействащи за социалното и емоционалното развитие на участващите. Както предвижданите проблемноориентирани, така и развлекателните дейности създават усещане за общност, култура на взаимодействие и толерантност. „Играта позволява да се създаде особена култура на доверие и търпимост, която поражда мотиви за още по-активно взаимодействие и непрекъснато изменение на поведението в позитивна посока за всеки от участниците“ (Vasileva, 2008: 27).

Културните практики съществуват само в изразяването на индивидите и групите и те стават обект на възприемане и модификация там, където интеракцията е отворена за алтернативи. Във време на нестабилност на утвърдени културни модели и подмяната им с интелектуално опростени заместители неформалното образование дава шанс за утвърждаване на непреходното. Отвореността на неформалните образователни дейности води до пресичане на национални, социални и възрастови граници и така увеличава възможностите за постигане на социална свързаност, за по-добро разбиране и респект към различията и с това – за транскултурна колаборация (Varbanova, 2011: 5).

***Пълния текст четете в сп. „Педагогика“, кн. 1***



# „Основите на мира“ и началото на държавността

**Откъс от „Основите на мира“ от 19/31  
януари 1878 г. – първото руско-турско  
споразумение за създаване  
на българска държава  
(или защо Санстефанският прелиминарен  
договор не е началото на нова България)“**

## **Петко Ст. Петков**

Великотърновски университет „Св. св. Кирил и  
Методий“

Руската дипломация подготвя условията за евентуално примирие още преди пагането на Плевен в края на 1877 г. Проектът, изготвен от началника на дипломатическата канцелария при Щаба на действащата армия А. И. Нелидов на 10/22 ноември 1877 г., е обсъден на специален военен съвет в присъствието на император Александър II и главнокомандващия руската Дунавска армия великия княз Николай Николаевич. На този съвет в Пордум е решено, ако Турция поиска мир, преговорите да се водят в руската Главна квартира, а спирането на военните действия да стане едновременно с подписването от турска страна на руските условия за примирие. Утвърденият от Александър II на 27 ноември / 9 декември 1877 г. проект за условията на мира е изпратен за сведение на руските партньори от Съюза на тримата императори – германския император Вилхелм I и австро-унгарския император Франц-Йосиф. По-късно първоначалният текст е редактиран и изпратен на главнокомандващите на руската Дунавска и Кавказка армия като „Инструкция на Александър II от 17/29 декември 1877 г. за условията, при които ще се водят преговорите с турските пълномощници за сключване на примирие“ (Osvobozhdenie Bolgarii, 1964: 379 – 381; Petkov, 2008: 88 – 90). Тази инструкция е основата, върху която се провеждат и първите преговори за примирие в Казанлък на 8/20 и 9/21 януари 1878 г. Първоначалната неотстъпчивост от турска страна е преодоляна

*Заглавието е на редакцията*



[www.history.azbuki.bg](http://www.history.azbuki.bg)

Главен редактор  
Проф. д-р Пламен Митев  
E-mail: [plamdm@abv.bg](mailto:plamdm@abv.bg)

Редактор  
Д-р Албена Симова  
0889 88 21 83  
Тел.: 02/425 04 70  
02/425 04 71  
E-mail: [history@azbuki.bg](mailto:history@azbuki.bg)

## Съдържание на сп. „История“, кн. 1/2018:

КЪМ ЧИТАТЕЛЯ

ПОГЛЕД НАД БАЛКАНИТЕ  
Статиите в рубриката са  
посветени на 60-годишнината  
на доц. д.н. Веселин Тепавичаров

„Основите на мира“ от 19/31  
януари 1878 г. – първото руско-  
турско споразумение за създа-  
ване на Българска държава (или  
защо Санстефанският прели-  
минарен договор не е началото  
на Нова България) / Петко Ст.  
Петков

Причини за различия в значението на великденския ритуал „минаване под плащаницата“ / *Джени Маджаров*

Аспекти на патернализма и популизма на българския социалистически модел (държавната грижа и закрила в нормативните актове) / *Ина Пачаманова*

Лекционният курс по „посттарно-политическа етнология“ – перспективи и предизвикателства / *Петя Василева-Груева*

Футболният стадион – център на фенската активност / *Кремена Йорданова*

#### ДОКУМЕНТАЛНО БОГАТСТВО

Новооткрити документи за историята на една 200-годишна църква / *Светлана Мухова*

#### РЕЦЕНЗИИ И АНОТАЦИИ

Нов документален сборник по най-нова българска история / *Йордан Мантарлиев*

#### ХРОНИКА

Научна конференция на тема „Разнообразието в българското стопанско-историческо развитие“ (Икономически университет – Варна, 29 – 30 септември 2017 г.) / *Емилия Вачева*

след януарското настъпление на руските войски. В 18.00 часа на 19/31 януари 1878 г. в Главната квартира на действащата руска армия в Огрин главнокомандващият Н. Николаевич и пълномощниците на султана подписват „Протокол за приемане на предварителни Основи на мира между Русия и Турция“, повече известен като „Основи на мира“. След час е подписано и примирие, слагащо край на военните действия и определящо демаркационната линия между руската и турската армия. Текстът на „Основите на мира“, приети от турската страна на 19/31 януари 1878 г., не е достатъчно известен на широката читателска аудитория. За разлика от предварителния Санстефански мир (19.02/03.03.1878 г.) и Берлинския договор (1/13.07.1878 г.), които се включват във всеки документален сборник и се коментират в повечето очерци за войната, принципните договорености между Русия и Турция, приети и подписани в Огрин на 19/31.01.1878 г., не се споменават често. Това налага публикуването им отново, този път в превод от руски на български език.

Целта на настоящата статия, освен публикуването на „Основите на мира“ на български език, е и да анализира постановленията, съдържащи се в документа, с оглед правилния отговор на важния въпрос в кое международно споразумение в края на войната от 1877 – 1878 г. за първи път се предвижда създаване на Българско княжество върху цялата национална територия.

Пренебрежителното отношение към „Основите на мира“, приети от турската страна на 19/31 януари 1878 г., особено на фона на историографската апологетика за санстефанските прелиминарици, е несправедливо. Резултатите от това първо следвоенно споразумение неоснователно се омаловажават или направо се пренебрегват. В значителна част от съвременната историческа книжнина цялата граматична история на изхода от войната (януари – юли 1878 г.) прогълтава да се свежда до апоетеозно възхваляване на санстефанския мир. На фона на така създадената виртуална санстефанска „реалност“ безсилнето на Русия да съхрани съществуващото само на карта българско национално единство, се оправдава с целенасочената политика на западните велики сили за разпокъсване на българските земи. Стига се дотам в сериозни академични издания да се твърди, че Северна Добруджа е отстъпена на Румъния с чл. 46 на Берлинския договор независимо от същественото обстоятелство, че в този случай великите сили само потвърждават това, което Русия вече е наложила със Санстефанския договор (чл. 19) и е предвидила като възможна „цена“ за връщането на Южна Бесарабия още в края на 1877 г. Според същия автор едно от съображенията за това решение на Берлинския конгрес „било желанието на капиталистическа Европа да раздели териториално създаденото Княжество България от неговата освободителка“ (Bozhinov, 1991: 412).

1. Още в първия член на „Основите на мира“ се постановява едно принципно положение, към постигането на което преобладаващата част от българското общество се стреми през последните две десетилетия, предхождащи войната: „България в границите, определени в съответствие с принципа на мнозинството от българското население, които в никакъв случай не могат да бъдат по-малки от границите, определени от Цариградската конференция, ще бъде преобразувана в автономно княжество, плащащо данък, с национално хрис-



тиянско правителство и местна милиция. Отомански войски няма да бъдат разполагани повече там“. Изворите ясно показват, че през 60-те и 70-те години на XIX век (и най-вече в месеците след Априлското въстание 1876 г.) преобладаващата част от българската общественост се стреми и намира за нормално, на първо време, да се постигне пълна политическа автономия на повечето български земи и населения, макар и при известна зависимост от султана (Петков, 2003: 181). Негвусмисленият текст в този първи член е старата руска позиция, с която Н. Игнатиев започва преговорите с английските си опоненти в дните, предшествващи официалното откриване на Цариградската конференция в края на 1876 г. (Kosev & Dourov, 1988: 105). Такова положение е принципно нежелано и от Лондон, и от Виена, но до известна степен е аргументируемо. Границите на Българското княжество според „Основите на мира“ съвпадат с признатия от султана епоцез на Екзархията (1870 – 1874 г.). Същата територия (екзархийският епоцез) е включена в двата автономни български вилаета и според общите решения на великите сили на Цариградската конференция. Но в огринските „Основи на мира“ през 1878 г. липсва вътрешната меридианна линия себер-юг, разделяща признатите от султана и от великите сили през 1876 г. български земи на две части. Това отклонение от общите договорености в Цариград от края на 1876 г. (налагането със сила на когото е официалната мисия на Русия в тази война) никак не се харесва на Великобритания и на Австро-Унгария, но е напълно естествено от руската гледна точка на победител, а и съвпада с българските национални интереси. Нещо повече – това отклонение би било по-защитимо, по-реалистично да стигне до макар и ревизирано утвърждаване от великите сили на престолящата им общ конгрес, защото почива на *общото им съгласие, че именно това са границите на българската нация*. Тук особено важно е да не се забравя, че в границите на цариградските два автономни български вилаета от 1876 г. не се включва излаз на Бяло море за разлика от широкия и удобен излаз на същото море за окупираното от руски войски Българско княжество, предвиден в санстефанския предварителен договор, който особено не се харесва на западните велики сили. Много по-невероятно е да се предполага, че начертаните от Н. Игнатиев санстефански граници, които (това вече всички признават, макар и с неохота) не съвпадат нито с екзархийския епоцез, нито с границите на цариградските два вилаета, ще се приемат от другите велики сили на престолящата конгрес. При това санстефанските граници на Българското княжество удовлетворяват предимно руските държавни цели, те не съвпадат с българския национален идеал. Именно защото е идеал, той включва във формулата „България, Тракия и Македония“ всички български земи. Макар и непълна фактическа реализация, в териториален аспект българският национален идеал намира в създаването на Екзархията и обозначаването на епоцеца ѝ (1870 – 1874 г.), както и в признаването от великите сили на същите български екзархийски граници чрез общото им предложение до султана от края на 1876 г. за два автономни български вилаета. Както е известно, санстефанска България не включва поне две български области от екзархийския епоцез, респ. от цариградските два вилаета – Северна Добруджа и Нишко (а освен това Централните Родопи и Източна Тракия), и дори само затова санстефанска България в никакъв случай не може да замества националния идеал (Петков, 2005).

2. Не може да не се оцени като положително значението на огринските „Основи на мира“ в частта им, предвиждаща признаване на независимостта на Черна гора, Румъния и Сърбия. В същия смисъл трябва да се преценява значението и на чл. 4, предвиждащ сериозни реформени преобразувания в Босна и Херцеговина и в други османски провинции в посока към предоставяне на административна автономия на тези области.

3. Едно от последните постановления на т.нар. „Основи на мира“ търпи нееднозначна оценка. Според него *„веднага ще започнат преговори в Главната квартира на Негово императорско височество Великия княз и Главнокомандващ между упълномоощените от двете правителства за установяване на предварителните условия на мира“*. От този текст става ясно, че още преди подписването на „Основите на мира“ и последвалото примирие руското държавно ръководство възнамерява да не спази обещанията към Австро-Унгария и Англия за несклучване на двустранен предварителен договор. От друга страна, логично е да се предположи, че дори да се подпише такъв прелиминарен договор, какъвто е санстефанският, той би трябвало да не се отклонява съществено от първоначалните „Основи на мира“.

4. По-нататък в „Основите на мира“ се постановява, че след подписването им от двете страни *„ще последва спиране на неприятелските действия между воюващите армии, включително румънската, сръбската и черногорската, за целия период на провеждането на мирните преговори. Главнокомандващите на двете армии в Азия незабавно ще бъдат уведомени за сключеното примирие, което ще преустанови военните действия. Императорското отоманско правителство ще заповяда на отоманските войски, след като примирието бъде подписано, да напуснат крепостите: Видин, Русе и Силистра в Европа и крепостта Ерзерум в Азия. Освен това, руските войски ще имат право да зае-*

## Избрано

мат, докато траят преговорите, някои стратегически места, обозначени в условията за примирие, на двата военни фронта“. Не е известно защо руската страна не е предвидила в „Основите на мира“ освобождаване от турски войски и на крепостите Шумен и Варна. Цитираният текст от „Основите на мира“ би могъл да се тълкува и като възможност тези крепости да бъдат допълнително заети от руски войски като важни „стратегически места“, макар че най-удобният момент за това – подписването на „Основите на мира“ и примирието – е пропуснат от руска страна (Тонев, 1999: 42). Н. Пр. Игнатиев обвинява директно за този съществен пропуск главнокомандващия Н. Николаевич и началник-щаб на Действащата армия ген. А. Непокойчицки, тъй като подписването на примирието е изцяло от компетентността на Главната квартира (Ignatiev, 1986: 302 – 303, 372, 393, 404). Всъщност оставянето на Шумен и Варна в турски ръце, както основателно отбелязва В. Тонев, е пропуск на цялото руско военно-политическо ръководство. Този въпрос не е решен окончателно и ефикасно и в Санстефанския договор, в който (чл. 8) се предвижда изтегляне на турските войски от България и събаряне на всички стари крепости, но за това не е указан никакъв срок (Тонев, 1999: 43 – 44).

5. Като важни за Русия трябва да се оценят и онези текстове от „Основите на мира“, които гарантират възмездяване на руските щети през войната (чл. 5): *„Високата Порта се задължава да обезщети Русия за военната издръжка и за понесените загуби. Въпросът за формата на това обезщетение – парична, териториална или друга, ще бъде определен по-късно. Негово Величество султанът ще се договори с Негово Величество руския император, за да се запазят правата и интересите на Русия в проливите Босфора и Дарданелите“*.

От анализа на „Основите на мира“ става ясно, че значението на това официално руско-турско споразумение, като стъпка към окончателния изход от войната, е твърде важно. За първи път именно в този исторически документ се говори за създаване на Българско княжество, и то върху принципа на етническото мнозинство. Дори и в минималния си вариант – на основата на решенията на Цариградската конференция от 1876 г. – границите на Княжество България според „Основите на мира“ не се отклоняват от легитимно утвърдените от султана с екзархийския ферман от 27 февруари 1870 г. и с допълненията след това и международноправно потвърдени от великите сили в Цариград през 1876 г. официални граници на българската нация.

**Пълния текст четете в сп. „История“, кн. 1**