Министерство
на образованието и науката

АЗ·БУКИ

Национално издателство
за образование и наука

Избрано

от текстовете, публикувани в списанията
на Национално издателство
АЗ·БУКИ
www.azbuki.bg

Български език и литература
Българско научно-методическо списание ■ година XXI, 2012 ■ книжка 1

История
Българско научно-методическо списание ■ година XXI, 2012 ■ книжка 1

Математика и информатика
Българско научно-методическо списание ■ година XXI, 2012 ■ книжка 1

Предучилищно начално образование
Педагогика
Българско научно-теоретично и методическо списание ■ година XXI, 2012 ■ книжка 1

химия
Природните науки в образованието
астрономия
биология
география
физика

Професионално образование
Българско научно-методическо списание ■ година XXI, 2012 ■ книжка 1

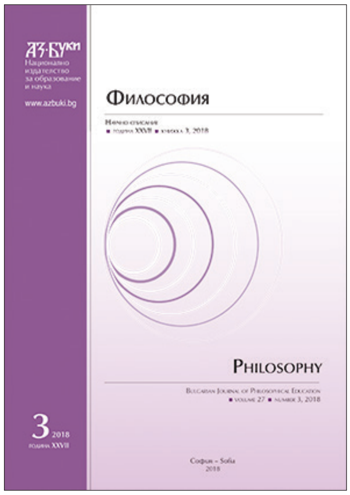
Стратегии на образователната и научната политика
Научнотеоретично списание ■ година XX, 2012 ■ книжка 1

Философия
Българско научно-методическо списание ■ година XXI, 2012 ■ книжка 1

Чуждоезиково обучение
Научно-методическо списание ■ година XXXIX, 2012 ■ книжка 1

45 8 – 14 ноември 2018 г.

Ръселовата философска логика



www.philosophy.azbuki.bg

Списанието се реферира и индексира в Web of Science: Emerging Sources Citation Index и Philosopher's index

Главен редактор
Проф. д-р Георги Апостолов
E-mail: apstlv@swu.bg

Редактори
Д-р Атанаска Чолакова
0889 22 20 42

Николай Кънчев
0888 81 56 45
Тел.: 02/425 04 70
02/425 04 71

E-mail: philosophy@azbuki.bg

Откъс от „За природата на отношението: Ръселовият реализъм и възможността за експликация на логическата форма“

Деница Желязкова
Софийски университет „Св. Климент Охридски“

За ранната и „безразборна“, както я нарича Куайн, онтология на Ръсел съществуващите неща са независими от ума (Quine, 1966: 746). Това гласи централният постулат на допуснатия в *Принципи на математиката* (1903) платонически реализъм. Позицията, която заема британският философ, е пълно отрицание на утвърдената от Кант. „Умът е изцяло пасивен при възприемането на същности“, непритежаващ никаква конститутивна употреба. Той е толкова чисто рецептивен за извода, казва Ръсел, както здравият разум е рецептивен при възприемането на сетивни реалии. Според поддържания „платонически реализъм“ всичко има битие. Въпреки че всичко има битие, само някои същности съществуват, докато останалите субситират. Реалистическото допускане на Ръсел гарантира, че с пропозициите си ще можем да се изказваме за всякакви неща, което изисква обхватът на неограничената променлива. За Ръсел неограничените променливи обхващат абсолютно всички същности – отношения, маси, числа, пространствени точки, пропозиции, класове, пропозиционални функции и т.н. Като правим ‚x‘ винаги неограничена променлива, можем да говорим за променливата, която е понятийно идентична в логиката, аритметиката, геометрията и т.н. В този смисъл, „числата, Омировите богове, отношенията, химерите и четиримерните пространства всички имат битие, защото, ако не бяха същности от някакъв вид, нямаше да можем да правим пропозиции за тях“ (Russell, 1937: IV).

Не докрай обмислените онтологически допускания водят до това, че нарича всяко нещо, което е част от пропозицията – термин. Последното може да бъде подкрепено със следния цитат от *Принципи:* „Всичко, което може да бъде обект на мисълта или може да участва в

Заглавието е на редакцията

Съдържание на сп. „Философия“, кн. 3/2018:

ЛОГИЧЕСКИ ПРЕДИЗВИКАТЕЛСТВА
За природата на отношението: Ръселовият реализъм и възможността за експликация на логическата форма / *Деница Желязкова*

ФИЛОСОФИЯ И РЕЛИГИЯ
Калист Катафигиот: съзерцанието – „плод на обожението“ / *Димитър Петров*

ПСИХОЛОГИЯ
История на човешката еволюция (част 2) / *Кирил Петров*

АКТУАЛНИ ФИЛОСОФСКИ СЪБИТИЯ
32-ри международен Хегелов конгрес – „Хегеловата енциклопедична система и нейното наследство“ / *Силвия Кръстева*

която и да е истинна или неистинна пропозиция, или може да бъде преброено като едно, аз наричам термин. Това следователно е думата с най-широко съдържание във философския речник. Ще използвам като синонимни с нея думите единица [unit], индивидуалия [individual] и същност [entity]. Първите две подчертават факта, че всеки термин е един, докато третата произтича от факта, че всеки термин има битие, т.е. в някакъв смисъл е. Човек, момент, число, клас, отношение, химера или каквото и да е друго, което може да бъде споменато, със сигурност е термин, а да се отрича, че такова и такова нещо е същност, трябва винаги да е неистинно“ (Russell, 1937: IV).

Термините се поделят на две основни групи същности – вещи и понятия. Вещите са индицирани от собствените имена и винаги участват като субекти на пропозицията. Понятията, които са индицирани от всички останали думи, имат двойствена природа. Те могат да участват както като субекти, така и като предикати на пропозицията. Намерението на философа е всеки термин може да бъде разглеждан като субект на пропозицията, за него да можем да се изказваме.

Допуснатият „платонически реализъм“, който предполага еднаквия статут на същностите и който поставя субекта в позиция на пълна рецептивност, придава на пропозицията нейния обективен характер. Същият реализъм генерира някои от основните проблеми в полето на философската логика на философа. Например, ако предикатите и отношенията се третират като имена, както изисква теорията на Ръсел, то няма пречка пред това те да бъдат замествани с индивидните константи, т.е. в позицията на отношението „R“ да попадне терминът „a“. Това показва, че теорията позволява генерирането на безсмислени поредици от знаци, които не могат да кореспондират с никакво възможно състояние на нещата.

В §52 от *Принципи* философът се интересува от разликите в логическия смисъл, изразени от граматическите разлики между двете форми на глагола, като глагол и като отглаголно съществително – „Фелтън уби Бъкингам“ и „Убиването не е човекоубийство“. Всъщност разликата е между действително сътнасящо отношение и отношение в себе си. Безспорно за него е, че разликата в граматическата форма трябва да е разлика във външните отношения. Понятието, което участва като отглаголно съществително, е съвсем същото като това, което участва като глагол. Аналогични по форма са следните примери: „Цезар умря“ и „смъртта на Цезар“. В първия случай имаме една истинна и поради това утвърдена пропозиция. Когато трансформираме глагола в отглаголно съществително, ние превръщаме пропозицията в логически субект (пропозиционално понятие). То може да участва като субект на друга пропозиция, например: „Смъртта на Цезар е истинна пропозиция“. Пропозиционалното понятие е нито истинно, нито утвърдено – „смъртта на Цезар“. Ръсел заявява, че съществува непсихологически смисъл на утвърждаването, труден за поставяне ясно пред ума, в който истинната пропозиция е утвърдена сама по себе си. Това се изразява чрез следния цитат: „Изглежда, че съществува окончателно понятие за твърдение, дадено от глагола, което се изгубва веднага щом заместим с отглаголно съществително, и се губи, когато въпросната пропозиция стане субект на някоя друга пропозиция. Това не зависи от логическата форма; защото, ако кажа 'Цезар умря е пропозиция', аз не твърдя, че Цезар наистина е умрял, а един елемент, който е налице в 'Цезар умря', е изчезнал" (Russell, 1937: §52).

Именно схващането на термините като притежаващи еднакъв онтологически статут, а от там и поддържането на позицията, че всяка съставка трябва да може да заема мястото на субект в пропозицията (около 1903 г.), е пречка пред възможността Ръсел да експлицира очевидното по-късно за Витгенщайн, че при наличието на действително съотнасящо отношение в самите съставки е заложена логическата форма, която е условие за възможност те да могат да присъстват в „състоянието на нещата". Ако в периода около написването на *Принципи* Ръсел беше тематизирал проблема за логическата форма, би поддържал възгледа, че тя е съставка на пропозицията, зад която стои платоническа същност и за която можем да се изказваме, както за всяко друго „нещо". Поради това не би допуснал, че формата е заложена в предметите, тъй като подобно настояване би противоречало на платоническия реализъм.

Съвсем маркировъчно, преди да продължа по-нататък, следва да обсъдя понятието „смисъл на отношението", което е пряко свързано с проблема за логическата форма в най-общ смисъл. За смисъл на отношението може да се говори само при наличието на действително съотнасящо отношение. Пропозициите „A е по-голямо от B" и „B е по-малко от A" са две. Всяка от тях имплицира другата релационна пропозиция, а отношението на „по-голямо" към „по-малко" – и обратно – е отношение на разлика в смисъла. В *Принципи на математиката* Ръсел поддържа теорията, че aRb и bR'a са отделни пропозиции, между които е налице отношение на разлика в смисъла. „Релационната пропозиция може да се символизира чрез aRb, където R е отношението, а **a** и **b** са термините; и тогава aRb винаги когато **a** и **b** не са тъждествени, ще означава различна пропозиция от bR'a" (Russell, 1937: §94). Философът изпитва затруднение да дефинира смисъла на отношението. То е фундаментално понятие, което не би могло да бъде определено, то е неопределимо. Ръсел съвсем целенасочено очертава полето на философската логика, а неопределимите понятия са „определени" като неин основен предмет. „Обсъждането на неопределимите – което образува основната част от философската логика, – е усилието да се види ясно и да се накарат другите да видят ясно въпросните същности, за да може умът да получи такъв вид запознанство с тях, какъвто има с червенината или с вкуса на ананаса. Там, където, както е в дадения случай, неопределимите се получават, на първо място, като необходимия остатък в един процес на анализ, често пъти е по-лесно да узнаем, че такива същности трябва да има, отколкото действително да ги възприемем; налице е процес, аналогичен на довелия до откриването на Нептун – с онази разлика, че финалният етап – търсенето на изведената същност с умствен телескоп – често пъти е най-трудната част на заниманието". Ръселовият провал при обсъждането на неопределимите е провал преди всичко в метода на анализ. Около 1903 г. Ръсел практикува декомпозиционален анализ, чиято единствена цел е да разложи сложните комплекси до техните прости съставки – атоми. „В пропозицията „A се различава от B" съставките на тази пропозиция, ако я анализираме, изглежда, че са само A, разликата, B. Но тези съставки, така поставени една до друга, не възстановяват пропозицията. Разликата, която участва в пропозицията, действително съотнася A и B, докато разликата след анализа е понятие, което няма връзка с A и B. Може да се каже, че в анализа би трябвало да споменем отношенията, които разликата има към A и B – отношения, изразени чрез „е" и „от", когато казваме „A е различно от B". Тези отношения се състоят във факта, че A е референт, а B – релатум спрямо разликата. Но „A, референт, разлика, релатум, B" все още е само списък от термини, а не пропозиция" (Russell, 1937: 49; §54).

В *Принципи на математиката* философът си дава сметка, че е важно да установи дали отношенията са две, или е едно, заради теорията за извода и в името на тази теория отсъжда, че отношенията са две, а aRb имплицира bR'a е истински логически извод. През мисълта му тогава се прокрадва идеята, че е възможно отношението да е едно, но поради изискванията на речта и писането да сме заставени да споменем първо *a* или *b*, т.е. разликата между „*a* е по-голямо от *b*" и „*b* е по-малко от *a*" може да е само привидна, но в действителност пропозициите да са тъждествени. Ръсел не тематизира това хрумване, защото, ако го допусне, не би могъл да обясни различието между „по-голямо" и „по-малко". Според него дори и без наличието на термини, които да съотнасят, тези думи сами по себе си носят някакви значения, те несъмнено са отношения, и то различни. Даваме си сметка обаче, че думи като „по-голямо" и „по-малко" индицират наличието на асиметрично отношение, което предполага съотнесени термини. Без термините, които съотнасят, отношенията „по-голямо" или „по-малко" не биха имали никакво значение или смисъл. Не биха имали значение, защото са оголени от контекст. Не биха имали смисъл, защото смисълът на отношението поражда термините – референта и релатума, в зависимост от позициите си в логическата форма. Ако „*a* е по-голямо от *b*" и „*b* е по-малко от *a*" са една и съща пропозиция, не може да се каже, че едната имплицира и се имплицира от другата. Изводът между тях може да е само привиден, единствено като начин на говорене, но не и като логически извод. Логическата изводимост е основна причина Ръсел да поддържа, че пропозициите са две. В §219 Ръсел обсъжда следната възможност: „Ако допуснем, че ‘a е по-голямо от b’ и ‘b е по-малко от a’ са една и съща пропозиция, ще трябва да приемем, че и ‘по-голямо’, и ‘по-малко’ участват във всяка от тези пропозиции, което изглежда очевидно неистинно“ (Russell, 1937: §219). Вероятно му се е налагало да приеме, че *R* и *R’* са различни отношения, участващи в две отделни пропозиции. Той не е обърнал внимание, че по същността си отношението е едно и също, или е опитал да го замъгли заради платоническия реализъм, който предполага отношението и неговият конверс да се разглеждат като отделни същности.

Към проблема за смисъла на отношението британският философ се завръща и през 1913 г. в непубликувания ръкопис *Теория на познанието*, отричайки по-ранната си теза от 1903 г., че отношенията са две. Ръсел вече не се колебае да заяви, че отношението aRb е единичен факт, и дали ще го описваме от a към b или от b към a, е без значение, това е само езиков въпрос. В *Теория на познанието* Ръсел настоява на следното: „Оставяйки настрана всичко психологическо и имайки предвид само външния факт, по силата на който е истинно да се каже, че ‘A е преди B’, явно изглежда, че този факт се състои от двете събития A и B, които се следват. Дали избираме да го опишем, казвайки, че ‘A е преди B’, или казвайки, че ‘B е след A’, е просто езиков въпрос“. Не след дълго категорично отсъжда: „Разликата между ‘преди’ и ‘след’ е чисто езикова. Не съществува факт, с изключение на езиковите факти, който не може да бъде описан, без да се употребят и двете думи. Ако например съществуваше само думата ‘преди’, всички факти от времевата поредица биха могли да бъдат изразени също толкова пълно, както и при употребата и на двете думи“ (Russell, 1997: 149). В този пункт става ясно, че отношението вече не се разглежда като термин на пропозицията. Този резултат според мен се дължи на избледняването на платоническия реализъм на Ръсел и е следствие от разграничението между факти и пропозиции. Именно затова по-късно философът ще поддържа възгледа, че „‘x е преди y’ и ‘y е след x’ са два различни символа за един и същи факт“ . Ако през 1903 г. Ръсел би настоявал, че светът е платоническа реалност, съставена от независими термини – вещи и понятия, то през 1913 г. подобно допускане остава доста спорно. Тъй като около 1903 г. Ръсел мисли пропозициите като обективно съществуващи, не изпитва нуждата да прокара разграничение между пропозиции и факти. Разграничението бива прокарано в *Теория на познанието*, а с него и настояването, че трябва да разграничаваме факти и пропозиции. „Ако можехме да кажем, че тези два символа (има предвид xRy и yR’x – бел. моя) представят два различни факта, които само се имплицират един друг, бихме могли да кажем, че съществуват две различни съотнесени отношения преди и след, всяко от които по самата си същност върви от единия термин към другия“ (Russell, 1997: 150). От всичко това следва, че отношението и неговият конверс, за разлика от периода на написване на *Принципи* вече не се мислят като различни същности. xRy и yR’x са два комплекса, отразяващи един и същ факт. В *Теория на познанието* от 1913 г. Ръсел смислово експлицира обратното на казаното през 1903 г. Независимо от x към y или обратно ще го описваме, формата на xRy и yR’x е една и съща. Самата логическа форма по това време той дефинира като „начинът, по който са обединени съставките на пропозицията“.

За да реши проблема за смисъла на отношението, Ръсел разграничава двете понятия – за позиция в комплекса спрямо съотнасящото отношение и за позиция в логическата форма. Позициите на относимите в комплекса не са определени от общата форма, а от отношението, което ги съотнася – R. Както личи, смисълът на отношението е свързан с проблема за начина, по който присъстват съставките спрямо съотнасящото отношение, и с начина на неговото присъствие спрямо самата форма.

В общата форма „xRy“ позицията на A в „A е преди B“ и в „A е след B“ е една и съща. Преди обаче да повдигне въпроса за формата, Ръсел настоява, че „дори един атомарен комплекс не е определен с дадеността на съставките му“, най-вероятно имайки предвид разликата между съставките на двата комплекса (Russell, 1997: 148). Позициите на съставките се различават едва след определянето на отношението R спрямо формата и тогава можем да кажем дали „A е по-голямо“ или „Б е по-голямо“ в дадения комплекс, т.е. да определим референта като референт и релатума като релатум. Само позицията на R може да бъде определена спрямо формата, и именно това ни дава възможност да говорим за него като за съотнасящото отношение, докато другите съставки се различават единствено по позицията си спрямо него.

Пълния текст четете във „Философия“, кн. 3

Някои аспекти на обучението по програмиране

Откъс от „Как компютърът решава судоку – математически модел на алгоритъма“

Красимир Йорджев
Югозападен университет – Благоевград

Настоящата работа е замислена да подпомогне преподавателя по програмиране в стремежа му да даде съдържателен, интересен и забавен пример за ползата на понятието множество в програмирането. За целта обучаемите трябва добре да познават основните дефиниции от теория на множествата и да владеят основните операции с множества. Оттук следва и добре известният факт, че за да си добър програмист, е необходимо (но не и достатъчно) да си добър математик.

Класически пример за използването на множества в програмирането е станала програмната реализация на задачата за намиране на прости числа по метода, наречен „Решето на Ератостен“ (Jensen & Wirth, 1985; Nakov & Dobrikov, 2005; Stoyanova & Gochev, 1994). Тук сме длъжни да отбележим, че в (Stoyanova & Gochev, 1994) при реализацията на този алгоритъм е допусната грешка, причислявайки числото 1 към множеството на простите числа. Подобна грешка е недопустима за едно учебно помагало, тъй като би довела до объркване от страна на ползващите го.

Тук ще се спрем на занимателна и актуална задача, която се приема с голям интерес от страна на учащите – алгоритми за решаване на судоку. Това е широко разпространена в днешно време главоблъсканица, неизменно присъстваща в развлекателните страници на болшинството вестници и списания и в развлекателни интернет сайтове. Судоку е игра, която развива у човек най-вече математическите способности, логическото мислене, комбинативността, въображението, умението за прогнозиране и други качества.

Ние няма да се спираме на програмната реализация на разглежданата от нас задача. Това до голяма степен зависи от езика за програмиране, избран от учебното заведение. Удобен за програмната реализация на разглеждания от нас алгоритъм е езикът „Паскал“, тъй като в него

Заглавието е на редакцията

www.mathinfo.azbuki.bg

Списанието се реферира и индексира в Web of Science: Emerging Sources Citation Index

Главен редактор
Проф. д.п.н. Сава Гроздев
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

Редактор
Живка Бакалова
0878 652 676

Тел.: 02/425 04 70
02/425 04 71

E-mail:mathinfo@azbuki.bg

Съдържание на сп. „Математика и информатика“, кн. 3/2018:

има вградени средства за работа с множества (Jensen & Wirth, 1985; Stoyanova & Gochev, 1994). Същият все още се избира от някои учебни заведения в системата на средното образование в качеството му на първи език за програмиране. Изложените идеи могат да бъдат реализирани и на произволен друг език за програмиране, например C + + . Но в този случай трябва да търсим допълнителни средства за работа с множества – например реализираните в Standard Template Library (STL) асоциативни контейнери **set** и **multiset** (Azalov, 2008). Също така може да се използва и шаблонният клас **set** от системата за компютърна алгебра “Symbolic C + + ”, чийто програмен код е даден в подробности в (Tan, Steeb & Hardy, 2000). Разбира се, с учебна цел би могло да се създаде и собствен клас множество, като се опишат функциите, реализиращи теоретико-множествените операции (Todorova, 2011-a), (Todorova, 2011-b). Това би било прекрасно упражнение, като се има предвид и фактът, че базовото („универсално") множество е с относително малка мощност. Например стандартната главоблъсканица судоку е с базово множество целите числа от 1 до 9, плюс празното множество.

Тук ще разгледаме само математическия модел на алгоритъма. По този начин съставянето на компютърна програма, решаваща произволна главоблъсканица судоку, се превръща в една нелоша тема за разработка на курсов проект по програмиране за ученици и студенти. Много често, както и в случая, описанието на математическия модел е достатъчно за програмната реализация на съответния алгоритъм.

Математически модел на алгоритъма

Нека n е произволно цяло положително число и нека $m = n^2$. Нека $S = \left(s_{ij}\right)$, $1 \le i, j \le m = n^2$ е квадратна $m \times m$ матрица (квадратна таблица, двумерен масив), всички елементи на която са цели числа, принадлежащи на затворения интервал $[1, m]$. С помощта на $n-1$ хоризонтални и $n-1$ вертикални линии, прекарани съответно между някои от редовете и някои от стълбовете, матрицата S е разделена на n^2 непресичащи се $n \times n$ квадратни подматрици, които ще наричаме блокове. На фиг. 1 е показана матрицата S при $n = 3$.

s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}	s_{15}	s_{16}	s_{17}	s_{18}	s_{19}
s_{21}	s_{22}	s_{23}	s_{24}	s_{25}	s_{26}	s_{27}	s_{28}	s_{29}
s_{31}	s_{32}	s_{33}	s_{34}	s_{35}	s_{36}	s_{37}	s_{38}	s_{39}
s_{41}	s_{42}	s_{43}	s_{44}	s_{45}	s_{46}	s_{47}	s_{48}	s_{49}
s_{51}	s_{52}	s_{53}	s_{54}	s_{55}	s_{56}	s_{57}	s_{58}	s_{59}
s_{61}	s_{62}	s_{63}	s_{64}	s_{65}	s_{66}	s_{67}	s_{68}	s_{69}
s_{71}	s_{72}	s_{73}	s_{74}	s_{75}	s_{76}	s_{77}	s_{78}	s_{79}
s_{81}	s_{82}	s_{83}	s_{84}	s_{85}	s_{86}	s_{87}	s_{88}	s_{89}
s_{91}	s_{92}	s_{93}	s_{94}	s_{95}	s_{96}	s_{97}	s_{98}	s_{99}

Фигура 1

Нека да означим блоковете в дефинираната по-горе матрица $S = \left(s_{ij}\right)$ с A_{kl}, $1 \le k, l \le n$. Тогава по дефиниция, ако $s_{ij} \in A_{kl}$, то

$$(k-1)n < i \le kn$$

и

$$(l-1)n < j \le ln.$$

Нека s_{ij} принадлежи на блока A_{kl} и нека да са известни i и j. Тогава лесно можем да съобразим, че k и l могат да бъдат изчислени с помощта на формулите

$$k = \left[\frac{i-1}{n}\right] + 1$$

и

$$l = \left[\frac{j-1}{n}\right] + 1,$$

където с $[x]$ сме означили, както обикновено, функцията цяла част на реалното число x.

Ще казваме, че $S = (s_{ij}),\ 1 \le i, j \le m = n^2$ е *судоку-матрица*, ако във всеки ред, всеки стълб и всеки блок съществува точно по едно число от множеството $Z_m = \{1, 2, \dots, m = n^2\}$.

Широко разпространена е главоблъсканицата, наречена *судоку*. Дадена е судоку-матрица, на която са изтрити някои от елементите. Липсващите елементи на S ще отъждествяваме с 0. Задачата на главоблъсканицата се състои в това да се възстановят липсващите елементи на судоку-матрицата. Предполага се, че авторите на конкретната главоблъсканица така са подбрали липсващите елементи, че задачата да има единствено решение. Това условие ще пропуснем и няма да се съобразяваме с него. Нещо повече, препоръчваме в заданието към обучаемите да бъде поставено условието да бъде намерен и броят на възможните решения. Ако задачата няма решение, то този брой ще бъде нула.

Най-разпространените главоблъсканици судоку са при $n = 3$, т.е. при $m = 9$.

Тук ще направим математически модел, описващ алгоритъм за създаване на компютърна програма, намираща всички решения (ако съществуват) на произволна главоблъсканица судоку. За целта съществено ще използваме познанията от теория на множествата.

Разглеждаме множествата R_i, C_j и B_{kl}, където $1 \le i, j \le m = n^2$, $1 \le k, l \le n$. За всяко $i = 1, 2, \dots, m$, множеството R_i се състои от всички липсващи числа в i-я ред на матрицата. Аналогично дефинираме и множествата C_j, $j = 1, 2, \dots, m$ съответно за липсващите числа в j-я стълб и B_{kl}, $k, l = 1, 2, \dots, n$ съответно за липсващите числа в блоковете A_{kl} на S. По такъв начин, ако стартираме програмата и дадем нулеви стойности на всички елементи на матрицата *S*, то с помощта на създадената програма ще получим всевъзможните $m \times m$ судоку-матрици.

Началото на алгоритъма се състои в многократното обхождане на всички елементи $s_{ij} \in S$, такива че $s_{ij} = 0$, т.е. това са елементите, чиито истински стойности трябва да открием.

Нека $s_{ij} = 0$ и нека $s_{ij} \in A_{kl}$. Полагаме

$P = R_i \cap C_j \cap B_{kl}$.

Тогава са възможни следните три случая:

i $P = \phi$ (празното множество). В този случай задачата няма решение.

ii $P = \{d\}$, $d \in Z_m = \{1, 2, \dots, m\}$, т.е. броят $|P|$ на елементите на P е равен на 1 (P е едноелементно множество). Тогава единствената възможност за s_{ij} е $s_{ij} = d$, т.е. в този случай сме открили неизвестната стойност на s_{ij}. Премахваме общия елемент d от множествата R_i, C_j и B_{kl}, след което преминаваме към следващия нулев елемент на матрицата S (ако съществува такъв).

iii $|P| \ge 2$. Тогава нищо не можем да кажем за неизвестната стойност на s_{ij} и преминаваме към следващия нулев елемент на матрицата S.

Обхождането на нулевите елементи на матрицата S продължава, докато не настъпи едно от следните събития:

е1) за някои $i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$ е изпълнено $s_{ij} = 0$, но $P = R_i \cap C_j \cap B_{kl} = \phi$. В този случай задачата няма решение;

е2) всички елементи на S станат различни от нула (строго положителни). Намерили сме едно решение на главоблъсканицата;

е3) обходени са всички нулеви елементи на S, но не е настъпило нито събитие е1, нито събитие е2. С други думи, при всички оставащи нулеви елементи на S винаги е в сила описаният по-горе случай iii.

В случай че настъпи едно от събитията е1 или е2, то процедурата спира своята работа и извежда получения резултат.

В случай че настъпи събитие e3, то алгоритъмът трябва да продължи, използвайки други способи, например да приложим метода на „*пробите и грешките*“. В конкретния случай този метод се състои в следното.

Избираме произволно $s_{i\,j} \in S$, такова че $s_{i\,j} = 0$ и нека $k = \left[\dfrac{i-1}{n}\right]+1$, $l = \left[\dfrac{j-1}{n}\right]+1$.

Нека $P = R_i \cap C_j \cap B_{k\,l} = \{d_1, d_2, \ldots, d_t\}$. Тогава за всяко $d_r \in P$, $r = 1,2,\ldots,t$ полагаме $s_{i\,j} = d_r$. Такова полагане ще наричаме *случайна проба*. (Добре би било в програмната реализация на алгоритъма да броим и всички случайни проби до достигане на дадено решение.) След това решаваме задачата за намиране на неизвестните елементи на судоку-матрицата с един неизвестен елемент по-малко. Тук е удобно използването на рекурсия. База на рекурсията, т.е. ще излезем от процедурата, ако настъпи събитие e1 или e2. Това неминуемо би трябвало да се получи (т.е. няма да попаднем във „вечен цикъл“), тъй като при случайните проби намаляваме броя на нулевите елементи с 1.

На базата на описания тук модел ние реализирахме компютърна програма, която намира решението на произволно судоку (Yordzhev, 2014).

Стартирахме създадената програма при нулеви стойности на всички клетки. При n = 2 получихме, че броят на всички 4×4 судоку-матрици е равен на 288. При това, за да се получи този резултат, компютърът е направил 568 случайни проби. При $n = 3$ получихме, че съществуват точно 96 670 903 752 021 072 936 960 на брой 9×9 судоку матрици. Този резултат е известен и напълно съвпада с резултата, получен от други учени, вероятно и с други методи. На нас не ни е известен броят на всички 16×16 судоку-матрици и смятаме, че това е открит за науката проблем. Но за да бъде решен този проблем, за целта е необходимо да ползваме много мощни и много бързи компютри.

Пълния текст четете в „Математика и информатика“, кн. 3

Мястото и ролята на динамичния математически софтуер в обучението по математика

www.vocedu@azbuki.bg

Списанието е представено в ERIH PLUS, CEEOL, EBSCOhos

Откъс от „Изучаване теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения с помощта на динамична обучаваща среда“

Ангел Гушев
Природо-математическа гимназия „Васил Друмев“ – Велико Търново

Увод. Съвременните реалности са свързани с бурно развитие на информационните и комуникационните технологии. Във връзка с това е разработена Национална стратегия за въвеждане на ИКТ в българските училища и Национална програма „ИКТ в училище“. Част от главните цели, залегнали в Стратегията, са в съответствие с нуждите на педагогическото използване на ИКТ чрез прилагане на иновационни методи и подходи в обучението.

Приоритет в насоките на МОН са идеите за използване на информационните технологии като средство за подобряване на качеството на образованието с цел по-голяма ефективност и повишаване мотивацията на учениците. Ученикът трябва да бъде не само слушател, но и участник в процеса на обучение.

Структурата на иновационния урок включва създаване на учебни ситуации, при които са налице условия за експерименти. Опитът показва, че чрез информационните технологии се увеличават възможностите за постигане на исканите резултати в обучението. При това, ако технологиите се използват като обогатяващо учебния процес средство, то учениците ще са в центъра на събитията и ще работят активно.

Не е задължително да се използват ИКТ във всяка учебна ситуация. Нещо повече – те трябва да се използват само когато учителят е убеден, че може да на-

---

Заглавието е на редакцията

Главен редактор
Проф. д-р Тоня Георгиева
E-mail: tonia@au-plovdiv.bg

Редактор
Николай Кънчев
0888 81 56 45

Тел.: 02/425 04 70
02/425 04 71
E-mail: vocedu@azbuki.bg

Съдържание на сп. „Професионално образование“, кн. 3/2018:

ПЪТЯТ КЪМ УСПЕХА

Оценка на въздействието на Европейския фонд за регионално развитие по отношение на сградната енергийна ефективност в България в програмния период 2007 – 2013 г. / *Даниел Нигохосян*

УЧИЛИЩЕ ЗА УЧИТЕЛИ

В настоящия брой представяме: ***Природо-математическа гимназия „Васил Друмев" – Велико Търново***

Изучаване теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения с помощта на динамична обучаваща среда / *Ангел Гушев*

За приложението на мисловните карти в обучението по литература в горния курс на средното образование / *Елеонора Иванова-Великова*

Изследвания, свързани с Константата на Капрекар / *Петко Казанджиев, Мартин Иванов, Цеца Байчева, Кинка Кирилова-Лупанова*

В настоящия брой представяме: Средно училище „Йордан Йовков" – Русе

Самостоятелната познавателна дейност на учениците в обучението по „Домашен бит и техника" / *Еленка Димитрова*

Методически варианти за решаване на познавателни задачи в обучението по „Домашен бит и техника" в IV клас / *Еленка Димитрова*

Интерактивни техники при усвояване на синусова и косинусова теорема в X клас / *Йорданка Колева*

Стратегии за преподаване и подкрепа на ученици със специални образователни потребности в контекста на включващото образование / *Радосвета Колчева*

прави с тях нещата по-добре. Това предполага учителят да осмисли даден проблем и различните подходи за решаването му, така че използването на нови технологии да обогатява традиционния учебен процес.

В обучението по математика понякога се налага различни математически факти и твърдения да бъдат визуализирани. Изхождайки от опита си на преподаване на математика в горния курс, авторът счита, че това е найудачно да става там, където ситуацията може да бъде подходящо параметризирана, или там, където визуализацията на дадена геометрична ситуация е от съществено значение. Един такъв пример е изучаването теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения в IX клас – второ равнище. Тяхното усвояване е заложено в учебното съдържание по математика в една от най-важните теми от училищния курс – темата „Подобие". Обикновено времето, предназначено за изучаването им, не е достатъчно и това води до недоброто им усвояване от учениците. С цел подпомагане на учебния процес е разработена на уеббазирана динамична обучаваща среда.

Представяне на уеббазираната динамична обучаваща среда. Уеббазираната динамична обучаваща среда служи за подпомагане на учебния процес. Посредством динамични аплети се онагледяват основните теореми и техни приложения, а посредством набора от задачи се показват основни приложения на тези теореми в горния курс. Задачите са подбрани така, че да служат за въвеждане, усвояване и затвърждаване на знанията. Те са подредени по степен на трудност, като често се посочва логическата връзка между тях.

Динамичната среда се основава на принципа на нагледността и визуализацията като стратегия на учене. Отделните информационни единици се предложени така, че всеки модул се отнася до самостоятелна тема, която е изложена изчерпателно, точно и достъпно. От едно общо начало следват връзки към останалите учебни единици. Софтуерната основа на разработената обучаваща среда е програмата Geonext. Тя служи за създаване на геометрични и графични конструкции, като предлага една чертежна повърхност и множество конструкционни инструменти. Създадените геометрични и графични конструкции могат да бъдат коригирани по различни начини и динамично променяни, което дава богати възможности за анимиране на математическата ситуация.

Ключово е гъвкавото използване на динамичните аплети, като основа за някои от следните дейности: илюстрация, когато учениците наблюдават геометрична реализация на математически резултат и разсъждават върху него; демонстрация, когато учениците проследяват взаимовръзката между дадени понятия; конструкция, когато на учениците се поставя задача сами да построят определени обекти; дедукция, когато на учениците се поставя задача сами да анализират и систематизират наблюдения, да правят обосновани изводи; и *апликация*, когато учениците се насърчават да търсят интердисциплинарни приложения на определени математически резултати.

В повечето случаи в динамичната среда един и същ аплет се използва за няколко различни дейности.

Представяне на педагогическото изследване. За да се апробира използването на динамичната обучаваща среда през учебната 2009/2010 година в Природо-математическа гимназия „Васил Друмев" – Велико Търново, беше проведено педагогическо изследване. Предмет на педагогическото изследване беше изучаването на теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения в часовете по математика в IX клас – второ равнище. Обект на педагогическото изследване бяха 50 ученици от девети клас профил природо-математически. Двадесет и пет ученици – математика с английски език, бяха контролна група, а 25 учениции – математика с немски език, експериментална група.

След изучаване на материала за пропорционални отсечки, теоремата на Талес и подобни триъгълници бе проведена контролна работа. Тя послужи за проверка на съществуването на статистически значима разлика между нивото на учениците от двата класа и се използва като входно ниво на провеждания експеримент.

Целта на входното ниво бе да се провери подготвени ли са учениците за разширяване на знанията им чрез усвояване на теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения.

Критерий бе усвоеността на знанията и уменията за решаване на задачи, а показатели – обемът на знания и тяхната задълбоченост. За измерване на показателите бе използвана стандартната петстепенна скала с най-ниска степен „Слаб“ и най-висока степен – „Отличен“.

В контролната работа бяха включени четири задачи, чрез които се проверяват знанията на учениците за свойство на ъглополовящите, теорема на Талес и подобни триъгълници.

Представяме ви условията на задачите.

Задача 1. Даден е трапецът *ABCD*. Бедрата му *AD* и *BC* се пресичат в т. *Q*, диагоналите *AC* и *BD* се пресичат в т. *O*, $OM \perp AB$ (т. $M \in AB$), $ON \perp CD$ (т. $N \in CD$).

а) ако $QC = 8$, $QD = 2AD$, да се намери *BC*;

б) ако $AB = 7$, $CD = 5$, $ON = 2,5$, да се намерят *OM* и S_{ABCD}.

Задача 2. Отсечка *AL* е ъглоплоляща в ΔABC, а точките *K* и *M* лежат съответно на страните *AB* и *AC* така, че $KL \parallel AC$, $ML \parallel AB$.

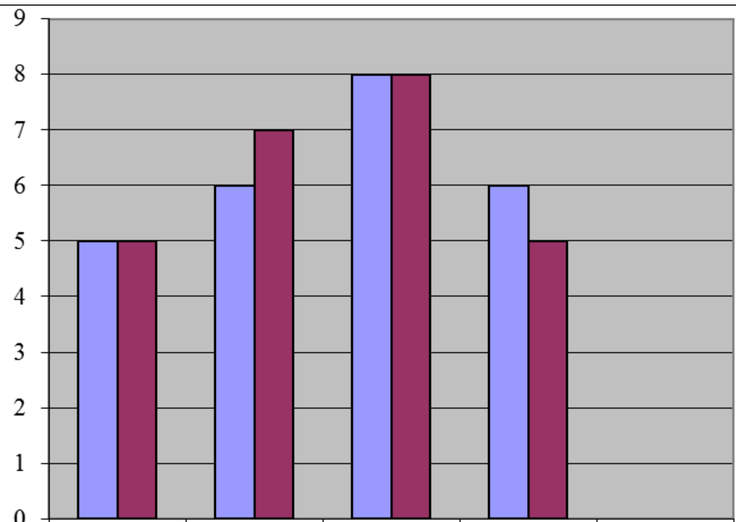
а) да се докаже, че *AKLM* е ромб;

б) ако $AB = a$, $AC = b$, да се намери страната на ромба.

Задача 3. *AB* е хорда на окръжност с радиус 6. Разстоянието от т. *A* до допирателната към окръжността в т. *B* е 9. Намерете дължината на *AB*.

Задача 4. В ΔABC $\sphericalangle ACB = 90^o$, *CH* е височина, а *CL* е ъглоплоляща (т. $L, H \in AB$). Ако $AC = 15$, а $BI = 20$, да се намери дължината на *HL*.

Резултатите от входното ниво на учениците са дадени на хистограма 1.



	отличен	много добър	добър	среден	слаб
експериментална група	5	6	8	6	0
контролна група	5	7	8	5	0

Статистическата обработка на резултатите е представена в таблица 1.

	Средно аритметично $\overline{x}$	Мода Mo	Медиана Me	Дисперсия S^2	Средно квадратично отклонение $S=\sqrt{S^2}$
Контролна група	4,48	4	4,44	1,09	1,05
Експериментална група	4,48	4	4,31	1,17	1,08

Използвани са стандартните означения:
– k – брой на различните оценки;
– x_i – оценка при $k=i$;
– n – обем на извадката;
– f_i – абсолютна честота на оценката i;

– $\overline{x}$ – средно аритметично $\left(\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n}\right)$;

– Mo – мода (числовата стойност на x_i, която има най-голяма абсолютна честота f_i);
– Me – медиана (числова стойност, която разделя вариационния ред на равни части);

– S^2 – дисперсия $\left(S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n-1}\right)$;

– $S=\sqrt{S^2}$ – средноквадратичното (стандартно) отклонение.

След статистическата обработка на резултатите от входното ниво основната ни задача бе да проверим дали двете извадки принадлежат към една и съща генерална съвкупност. Първо, чрез F-критерия на Фишер проверихме, че дисперсиите на генералните съвкупности са равни. След това чрез t-критерия на Стюдънт, определихме теоретичните средни стойности на генералната съвкупност и видяхме, че те са равни.

След като установихме, че между входните резултати на двата класа няма статистически значима разлика, пристъпихме към изложението на теорията. Подредбата на задачите при изучаването на теоремите на Менелай и Чева бе една и съща в контролната и експериментална група. Разликата бе в начина на преподаване. В контролната група то се извърши по класическия начин – с маркер и бяла дъска, а в експерименталната група – посредством уеббазираната динамична обучаваща среда.

В края на обучението с учениците беше проведена контролна работа, която изигра роля на изходно ниво. Учениците в рамките на 90 минути решаваха четири задачи. С първата задача се проверяваха умения за непосредствено прилагане теоремата на Чева. Втората задача бе непосредствено приложение на теоремите на Менелай. Третата задача изискваше използване на свойството на ъглополовящите и теоремата на Менелай. За решаването на четвъртата задача бе необходимо използване на подобни триъгълници и теоремата на Менелай.

Представяме ви условията на задачите.

Задача 1. Една от външновписаните за ΔABC окръжности се допира до страната *AB* в т. C_1 и до продълженията на страните *CA* и *CB* съответно в т. B_1 и A_1. Да се докаже, че правите AA_1, BB_1 и CC_1 се пресичат в една точка.

Задача 2. В ΔABC точка *M* е среда на страната *AB*, а точка *P* дели вътрешно *CM* в отношение $3:2$, считано от т. *C*. Ако правата *AP* пресича страната *BC* в точка *K* , да се намери отношението $BK:KC$.

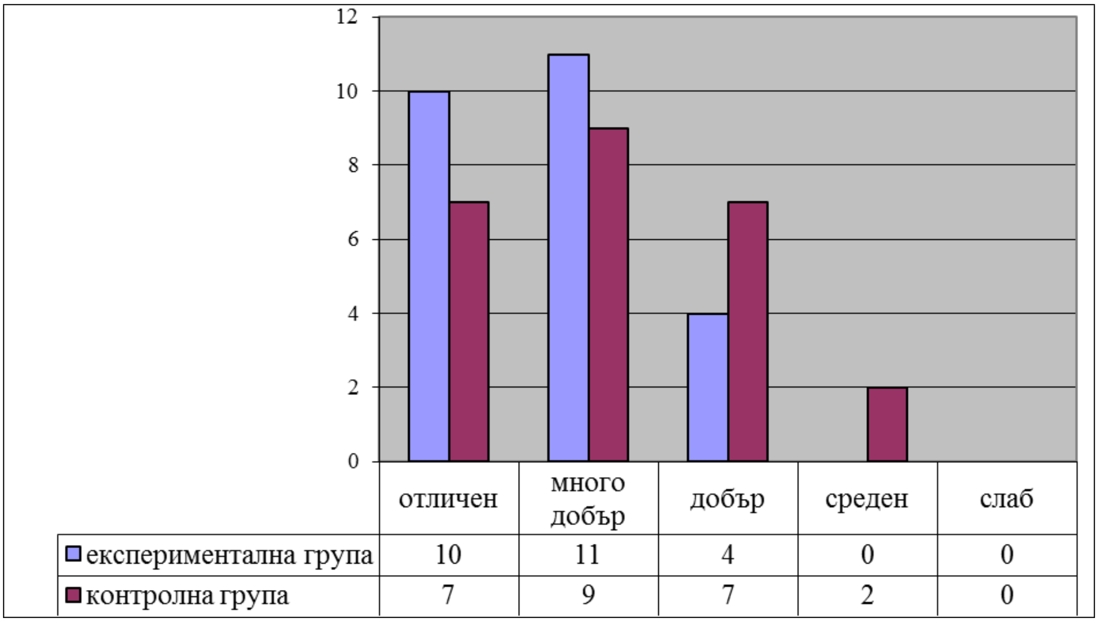
Задача 3. В разностранния триъгълник *ABC* вътрешната ъглополовяща през върха *A* пресича *BC* в точка A_1; вътрешната ъглополовяща през върха *B* пресича *CA* в точка B_1;

външната ъглополовяща през върха *C* пресича *AB* в точка C_2. Да се докаже, че точките A_1, B_1 и C_2 са колинеарни.

Задача 4. Окръжностите $k_1(O_1, r_1)$; $k_2(O_2, r_2)$ и $k_3(O_3, r_3)$ имат различни радиуси и всеки две са външни една за друга. Общите външни допирателни на k_1 и k_2 се пресичат в т. *A*, общите външни допирателни на k_1 и k_3 се пресичат в т. *B*, а общите външни допирателни на k_2 и k_3 се пресичат в т. *C*. Да се докаже, че точките *A*, *B* и *C* лежат на една права.

Основната цел бе да се установи до каква степен учениците са усвоили изучавания материал, свързан теоремите на Менелай и Чева, и да се провери има ли статистически значима разлика между резултатите на контролната и експерименталната група.

Резултатите от изходното ниво са дадени на хистограма 2.



Статистическата обработка на резултатите е представена в таблица 2.

	Средно аритметично $\bar{x}$	Мода Mo	Медиана Me	Дисперсия S^2	Средно квадратично отклонение $S=\sqrt{S^2}$
Контролна група	4,84	5	5,12	0,89	0,94
Експериментална група	5,24	5	5,29	0,52	0,72

Нивото на дисперсията на контролната група показва, че полученият висок резултат е постигнат от почти всички, тъй като успехът на повечето ученици с малко се различава от средния успех на изходното ниво.

Доверителния интервал пресмятаме по формулата: $D=\left(\bar{x}-U_\alpha.\frac{S}{\sqrt{n}};\ \bar{x}+U_\alpha.\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$,

където $U_\alpha=\begin{cases}1{,}96 \ \ \text{за } \alpha=0{,}05\\ 2{,}58 \ \ \text{за } \alpha=0{,}01\end{cases}$.

При педагогическите изследвания се взема $U_\alpha=1{,}96$.

В случая получаваме, че $D=(4{,}47; 5{,}21)$.

Съгласно методиката, дадена в (Бижков, 1988), може да твърдим, че с вероятност за грешка 5% средният успех за всички деветокласници, които се обучават по класическата програма, се очаква да принадлежи на този интервал.

За доверителния интервал на експерименталната група получаваме $D = (4{,}96; 5{,}52)$.

Може да твърдим, че с вероятност за грешка *5%* средният успех за всички деветокласници, които се обучавани, използвайки динамичната обучаваща среда, се очаква да принадлежи в посочения интервал.

След статистическата обработка на резултатите от изходното ниво бе извършена проверка дали има статистически значима разлика между изходните резултати на двете групи.

Проверката бе извършена по познатия ни вече алгоритъм – първо проверяваме, че дисперсиите на генералните съвкупности са равни, после определяме теоретичните средни стойности на генералната съвкупност и виждаме, че са различни. Това показва, че между входните резултати на двете групи има статистически значима разлика.

Получените резултати на изхода са по-високи от входните и за двете групи, но докато при входното ниво нямаме статистически значима разлика между резултатите на контролната и експерименталната група, то на изхода тази разлика е вече статистически значима. Това показва, че повишаването на нивото на учениците не се дължи на случайни фактори, а на обучението с уеббазираната динамична обучаваща среда.

Заключение. В резултат на целенасочена и упорита работа основната цел беше постигната – беше разработена уеббазирана методическа система от уроци за усвояване теоремите на Менелай и Чева, наречена динамична обучаваща среда. Тази методическа система беше експериментирана в Природо-математическа гимназия „Васил Друмев" – Велико Търново. В резултат на експеримента се потвърди работната хипотеза, че целенасоченото обучение на учениците, използвайки динамичната обучаваща среда, ще доведе до повишаване нивото на знанията за решаване на задачи, свързани с теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения.

Основният извод, който може да направим, е, че използването на динамичен математически софтуер поставя основите на един учебен процес, предоставящ на учениците възможност за самостоятелна, индивидуална и колективна работа, както и за един активен, изследователски подход при изучаването на математическата материя. В хода на тази дейност учителят е модератор, който предлага на учениците широка палитра от учебни ситуации. Това спомага за пълноценното осмисляне на характеристиките на ситуацията; за изграждането на хипотези, за проверка на верността им; за визуализиране и анализиране на крайния резултат. Ефект, който трудно може да бъде постигнат при използването на традиционните начини на преподаване.

Пълния текст четете в „Професионално образование", кн. 3

Приложение на вестник Аз·Буки

Рекламна тарифа

на Национално издателство за образование и наука „Аз-буки“

София 1113, бул. „Цариградско шосе“ № 125, бл. 5, тел.: 02/420-04-70, 02/420-04-71; azbuki@mon.bg; www.azbuki.bg

Вестник „Аз-буки“

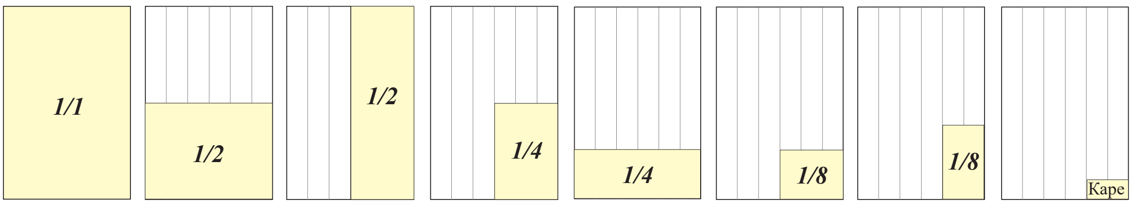
1. Стандартни карета на вътрешна страница:

Размер	Черно-бяло	+1 цвят	Пълноцветно
1/1 страница – 256 мм/388 мм	780,00 лв.	900,00 лв.	985,00 лв.
1/2 страница – 256 мм/194 мм – 125 мм/388 мм	410,00 лв. 410,00 лв.	460,00 лв. 460,00 лв.	510,00 лв. 510,00 лв.
1/4 страница – 256 мм/97 мм – 125 мм/194 мм	230,00 лв. 230,00 лв.	258,00 лв. 258,00 лв.	270,00 лв. 270,00 лв.
1/8 страница – 125 мм/97 мм – 83 мм/147 мм	115,00 лв. 115,00 лв.	129,00 лв. 129,00 лв.	135,00 лв. 135,00 лв.
каре (83 мм х 50 мм)	30,00 лв.	43,00 лв.	45,00 лв.

2. Цени за реклама на първа и последна страница – по договаряне

3. Влагане на стандартни вложки с тегло до 20 г – 80 лв. за 1000 бр.

4. Влагане на нестандартни вложки – по договаряне.



Научно-методическите списания на издателство „Аз-буки“

1. Цена за вътрешна страница

Размер	Черно-бяло	+1 цвят	Пълноцветно
1/1 страница	90 лв.	130 лв.	180 лв.
1/2 страница	50 лв.	70 лв.	90 лв.
1/4 страница	30 лв.	45 лв.	70 лв.

2. Цена за реклама на втора, трета или четвърта корица – по договаряне.

3. Размер на една печатна страница в списанията на НИОН „Аз-буки“:

a. Обрязан формат: 167 мм х 233 мм **b.** Необрязан формат: 171 мм х 240 мм

4. Влагане на вложки – по договаряне.

Забележка:

Всички посочени цени са без ДДС.

Отстъпки при брой и обем публикации или комбинирана реклама в няколко издания на издателство „Аз-буки“ – по договаряне.

Тарифата е в сила от 1 юли 2017 г.