АНАЛИЗ НА ЗАДАЧИТЕ И ПРЕДСТАВЯНЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ ОТ XI И XII КЛАС НА XIX МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР „ПЕРПЕРИКОН“

[1)]Сава Гроздев, [2)]Росен Николаев, [3)]Танка Милкова
[1)] Висше училище по застраховане и финанси – София
[2,3)]Икономически университет – Варна

Резюме. В статията са представени задачите за XI и XII клас от проведения в Кърджали на 30.11.2019 г. XIX математически турнир „Перперикон“. Предложени са методически решения на задачите. Направен е анализ на постигнатите резултати на участниците и нивото им на подготовка за подобен тип математически състезания.

Ключови думи: образование; математически състезания

Математическият турнир „Перперикон“ се провежда в продължение на деветнадесет години и вече се утвърди като едно от най-значимите математически състезания за ученици. Създадените с годините традиции превърнаха Турнира в желана и очаквана възможност за изява на ученици от област Кърджали. Известно е, че голяма част от учениците в Кърджали и околните градове и села общуват в семействата си на майчин език, като някои от тях имат затруднения в комуникацията си на български език в училище. Срещат се случаи на понижено самочувствие поради тези затруднения. В същото време повечето от тях са силни по математика и чрез Турнира, както и с високите резултати в него, те добиват увереност и се чувстват пълноценни. Границите на Турнира постоянно се разширяват. На тазгодишното издание бяха представени Момчилград, Крумовград, Кърджали, Хасково, Димитровград, Смолян, Неделино, Кирково, Черноочене, Казанлък, София и др. Турнирът е предназначен за ученици от III до XII клас. От най-голямо значение е участието и представянето на единадесетокласниците и дванадесетокласниците, тъй като тези, които постигат най-високи резултати, получават разнообразни преференции при кандидатстване и/или прием в няколко български университета.

Целта на авторите на настоящата статия е да представят задачите за XI и XII клас, да предложат авторски решения и въз основа на получените резултати да направят анализ на нивото на подготовка на участниците и да дадат оценка на тяхната успеваемост.

Съгласно регламента на Турнира всяка тема се състои от 7 задачи. Първите пет са от тестови тип и се предлагат с пет отговора, от които трябва да се избере един. Задача 6 е с отворен отговор, а задача 7 изисква подробно описание на решението и се оценява според степента на завършеност. Първите 5 задачи се оценяват с по 3 точки, задача 6 – с 5 точки, а задача 7 – с 0 – 10 точки. Максималният брой точки е 30, а времето за работа е 120 минути.

Задачите в математическия турнир „Перперикон" са съставени въз основа на учебните програми по математика за всеки от класовете и покриват базови математически познания и умения. Някои от тях са по-трудни и са на олимпийско ниво.

Темата за XI клас включва следните задачи.

Задача 1**.** Сред всички единадесетокласници в едно училище броят на момичетата е равен на броя на момчетата. На контролно по математика 10% от всички ученици получили двойки, 30% – тройки, 25% – четворки, 20% – петици, а останалите – шестици. Момчетата са получили 50% от двойките, 25% от тройките, 80% от четворките и $\frac{1}{3}$ от петиците. Намерете отношението на момчетата с отлични оценки към момичетата с отлични оценки.

A) 7:13 **B)** 13:7 **C)** 13:5 **D)** 5:13 **E)** 8:5

Задача 2. Разглеждаме геометричните прогресии с първи член и частно, равни на –2, за които броят n на членовете им е от множеството {1, 2, …, 2019}, а за сбора S_n на членовете на всяка от тях е изпълнено $S_n > 0$. Намерете сбора на всички S_n.

A) $\frac{2}{9}\left[4^{1010}-3031\right]$ **B)** $4^{2018}-2306$ **C)** $\frac{2}{3}\left[2^{1010}-2341\right]$ **D)** $4^{1010}-1789$ **E)** $2^{1010}-4043$

Задача 3. Една аритметична прогресия с първи член $a_1 = 2$ и разлика 3 има $5n$ члена. Друга аритметична прогресия с първи член $b_1 = 3$ и разлика 2 има $3m$ члена. Ако $a_{3n} = b_{2m}$ и първата прогресия има минимален брой членове, то сборът от броя на членовете на двете прогресии е:

A) 22 **B)** 24 C) 26 **D)** 28 **E)** 30

Задача 4. Сборът на три различни естествени числа е 6049. Ако е премахнато най-малкото, то колко е минималният сбор на останалите две?

A) 4030 **B)** 4031 **C)** 4032 **D)** 4033 **E)** 4034

Задача 5. В ΔABC точката O е център на вписаната окръжност. Ако $AO=2\sqrt{5}$, $BO=2\sqrt{10}$ и $CO=2\sqrt{2}$, намерете периметъра на триъгълника.

A) 15 **B)** 30 **C)** 24 **D)** 32 **E)** 36

Задача 6. Намерете броя на реалните решения на системата:

$$\begin{vmatrix} 2x^2+y=3 \\ x^2-4y^2+3xy=0. \end{vmatrix}$$

Задача 7. Колко е броят на всички петцифрени числа с различни цифри, за които произведението на две от цифрите им е равно на произведението на другите три цифри?

Предлагаме отговорите и някои възможни подходи за решаване на задачите.

1. Отг. C). Ако момчетата са x, то момичетата са също x и всички единадесетокласници са $2x$. Оценките 2 са $0,1.2x$, оценките 3 са $0,3.2x$, оценките 4 са $0,25.2x$, оценките 5 са $0,2.2x$ и оценките 6 са $0,15.2x$.

От момчетата с оценка 2 са $0,5.0,1.2x$, с оценка 3 са $0,25.0,3.2x$, с оценка 4 са $0,8.0,25.2x$, а с оценка 5 са $\frac{1}{3}.0,2.2x$. Тогава с оценка 6 са

$$x-\left(0,1x+0,15x+0,4x+\frac{0,4}{3}x\right)=0,35x-\frac{0,4}{3}x=\frac{0,65}{3}x \text{ момчета.}$$

От момичетата с оценка 2 са $0,5.0,1.2x$, с оценка 3 са $0,75.0,3.2x$, с оценка 4 са $0,2.0,25.2x$, а с оценка 5 са $\frac{2}{3}.0,2.2x$. Тогава с оценка 6 са

$$x-\left(0,1x+0,45x+0,1x+\frac{0,8}{3}x\right)=0,35x-\frac{0,8}{3}x=\frac{0,25}{3}x \text{ момичета.}$$

Търсеното отношение е $\frac{0,65}{3}x:\frac{0,25}{3}x=65:25=13:5$.

2. Отг. A). Тъй като $S_n=(-2)\cdot\frac{(-2)^n-1}{(-2)-1}=\frac{2}{3}\cdot\left((-2)^n-1\right)$, то $S_n>0$, ако $n=2k$. Следователно трябва да намерим $S_2+S_4+\ldots+S_{2018}$. Имаме $S_{2k}=\frac{2}{3}(2^{2k}-1)$, $k=1,2,\ldots,1009$, откъдето

$$S_2+S_4+\ldots+S_{2018}=\frac{2}{3}\left[2^2-1+2^4-1+\ldots+2^{2018}-1\right]=\frac{2}{3}\left[4.\frac{4^{1009}-1}{3}-1009\right]=$$

$$=\frac{2}{9}\left[4^{1010}-4-3027\right]=\frac{2}{9}\left[4^{1010}-3031\right].$$

3. Отг. А). От условието $a_{3n} = b_{2m}$ следва, че $2+(3n-1).3 = 3+(2m-1).2$, откъдето $9n = 4m+2$ и следователно n е четно число. Минималният брой членове на първата прогресия се получава при $n=2$ и той е 5.2 = 10. Тъй като $m=4$, броят на членовете на втората прогресия е 3.4 =12 и търсеният сбор е 22.

4. Отг. Е). Нека $x<y<z$ и $x+y+z=6049$. Тъй като 6049 : 3 = 2016,33…, то x не може да е по-голямо от 2016 (в противен случай сборът на трите числа ще е по-голям от 6049). Ако $x=2016$, то y и z са минимално равни на 2017 и 2018 и сборът на трите числа е по-голям от 6049. Ако $x=2015$, то $y+z=4034$ и единствената възможност е $y=2016$ и $z=2018$. Така, максималната стойност на x е $x=2015$, при което сборът на останалите две числа е възможно най-малък и е равен на 4034.

5. Отг. С). Нека P, Q и T са проекциите на O съответно върху страните AB, BC и AC. Тогава $OP=OQ=OT=r$, където r е радиусът на вписаната окръжност. Ако използваме обичайните означения за страните и ъглите на триъгълника, имаме $AP=p-a$, $PB=p-b$ и $CT=p-c$. Тогава $AP+BQ+CT=p$. Добре известно е, че

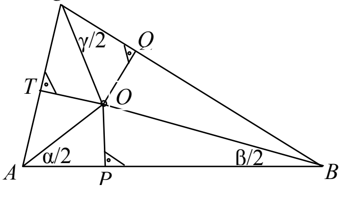
$$\sin^2\frac{\alpha}{2}+\sin^2\frac{\beta}{2}+\sin^2\frac{\gamma}{2}=1-2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}.$$

Използвайки правоъгълните триъгълници OAP, OBQ и OCT, това равенство става

$$\frac{r^2}{AO^2}+\frac{r^2}{BO^2}+\frac{r^2}{CO^2}=1-2\frac{r}{AO}\cdot\frac{r}{BO}\cdot\frac{r}{CO}.$$

Оттук $r^2\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{40}+\frac{1}{8}\right)=1-\frac{r^3}{40}$, т.е. $\frac{r^2}{5}+\frac{r^3}{40}-1=0$ и $r^3+8r^2-40=0$.

Имаме $r^3+8r^2-40=(r-2)(r^2+10r+20)=0$. Тъй като корените на квадратното уравнение $r^2+10r+20=0$ са отрицателни, получаваме единствено решение $r=2$. Сега $AP=\sqrt{AO^2-r^2}=\sqrt{20-4}=\sqrt{16}=4$, $BQ=\sqrt{BO^2-r^2}=\sqrt{40-4}=\sqrt{36}=6$ и $CT=\sqrt{CO^2-r^2}=\sqrt{8-4}=\sqrt{4}=2$. Тогава $p=AP+BQ+CT=4+6+2=12$ и $2p=24$.



6. Отг. 4. Ако $y = 0$, от второто уравнение следва, че $x = 0$, което не е възможно заради първото уравнение. Следователно $y \neq 0$. Разделяме второто уравнение на y^2 и полагаме $\frac{x}{y} = t$. Имаме $t^2 + 3t - 4 = 0$, чиито корени са $t = 1$ и $t = -4$. В първия случай $x = y$ и първото уравнение става $2x^2 + x - 3 = 0$. Корените му са $x = 1$ и $x = -\frac{3}{2}$. Двойките $(x; y) = (1;1)$ и $(x; y) = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ удовлетворяват и второто уравнение (то се превръща в тъждество). Така получаваме две решения на системата. Във втория случай $x = -4y$ и първото уравнение става $32y^2 + y - 3 = 0$, което има два реални корена. Тъй като второто уравнение отново става тъждество при $x = -4y$, получаваме още две решения на системата. Окончателно, системата има 4 решения.

7. Отг. 480. Да забележим, че цифрите 0, 5 и 7 не могат да участва в записа на числата. (**1 точка**)

<u>Ако цифрата 9 участва</u> в записа и тя е в едната група цифри (даващи едното произведение), в другата трябва да са 3 и 6. В групата с 9 трябва да е 2 или 4. Оттук получаваме две възможности за петцифрените числа: да са образувани с цифрите 1, 2, 3, 6 и 9 или с цифрите 2, 3, 4, 6 и 9. В двете групи съществуват реализации, защото 6.3 = 9.2 и 6.3.2 = 9.4. Броят на петцифрените числа в този случай е $2.5! = 240$. (**3 точки**)

<u>Ако цифрата 8 участва</u> в записа и тя е в една от групите, в другата трябва да са 2 и 4 или 4 и 6. Случаят с 2 и 4 в една група не може да се реализира. Остава възможността 2 и 6 да са в една група. Оттук получаваме една възможност за петцифрените числа: да са образувани с цифрите 1, 3, 4, 6 и 8. Реализация е възможна, защото 6.4 = 8.3. Броят на петцифрените числа в този случай е $5! = 120$. (**3 точки**)

<u>Ако цифрите 8 и 9 не участват</u> в записа, остават 1, 2, 3, 4 и 6. От тази група се получава реализация, защото 4.3 = 6.2. Броят на петцифрените числа в този случай е $5! = 120$. (**3 точки**)

Окончателно отговорът на задачата е $240 + 120 + 120 = 480$.

Темата за XII клас включва следните задачи.

Задача 1. Да се намери границата $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{4x - 4}$.

A) 0 **B)** 1/4 **C)** 4 **D)** 1 **E)** ∞

Задача 2. Ако $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\sqrt{ax^4+4}}{2x^2-\sqrt{x+1}}=2$, то a е равно на:

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 16 **E)** няма такава реална стойност на a.

Задача 3. В трапец *ABCD (AB* || *CD, AB* > *CD*) диагоналите *AC* и *BD* се пресичат в точка *O* под прав ъгъл. Ако *AO* = *2, DO* = 1 и $S_{ABCD} = 8$, да се намери лицето на ΔAOB.

A) $1+2\sqrt{3}$ **B)** $2+\sqrt{5}$ **C)** $3+2\sqrt{2}$ **D)** $5\sqrt{2}$ **E)** $5+2\sqrt{2}$

Задача 4. Ако $x\in[0;2\pi]$, намерете сбора от всички корени на уравнението

$$\sin x=\cos 2x.$$

A) $\dfrac{\pi}{6}$ **B)** $\dfrac{\pi}{2}$ **C)** π **D)** $\dfrac{3\pi}{2}$ **E)** $\dfrac{5\pi}{2}$

Задача 5. Намерете сбора от корените на уравнението $\log_x(2-x)=2$.

A) 0 **B)** –1 **C)** 1 **D)** –2 **E)** уравнението няма реални корени

Задача 6. Намерете най-малкото естествено число *n*, за което числото $n+13$ се дели на 17, а числото $2n+43$ се дели на 13.

Задача 7. Нека n е броят на всички четирицифрени числа с различни цифри, в чийто запис участват само цифрите 0, 1, 2, 7, 8, 9, а m е броят на всички трицифрени числа, в чиито запис участват само цифрите 0, 1, 2, 5, 7. Да се намери разликата $n-m$.

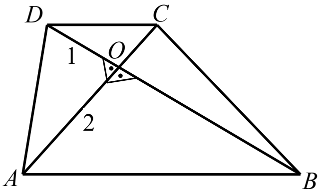
Предлагаме отговорите и някои възможни подходи за решаване на задачите.

1. Отг. B). $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-2x+1}{4x-4}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-x-(x-1)}{4(x-1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x^2+x)(x-1)-(x-1)}{4(x-1)}=$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x^2+x-1}{4}=\frac{1}{4}.$$

2. Отг. D). Ако a е равно на 0, границата би била 0. Следователно $a\neq0$. Имаме

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+x^2\sqrt{a+\dfrac{4}{x^4}}}{x^2\left(2-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2\left(\dfrac{1}{x}+\sqrt{a+\dfrac{4}{x^4}}\right)}{x^2\left(2-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}\right)}=\frac{\sqrt{a}}{2}=2\ \Rightarrow\sqrt{a}=4\ \Rightarrow a=16$$



3. Отг. С)

$$S_{\Delta AOD} = \frac{2.1}{2} = S_{\Delta BOC}$$

$$\frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta DOC}} = \frac{AO}{OC} = \sqrt{\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta DOC}}} \Rightarrow S_{\Delta AOD} = \sqrt{S_{\Delta AOB}.S_{\Delta DOC}}\,.$$

Нека $S_{\Delta AOB} = x$, $S_{\Delta DOC} = y \Rightarrow \sqrt{xy} = 1$ и $x + y + 2.1 = 8$

$$\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow (x;y) = (3+2\sqrt{2};3-2\sqrt{2}) \quad \text{и} \quad (x;y) = (3-2\sqrt{2};3+2\sqrt{2}).$$

Но $x > y$, откъдето търсеното лице е $x = S_{\Delta AOB} = 3 + 2\sqrt{2}$.

4. Отг. Е)

$$\sin x = \cos 2x$$

$\sin x = 1 - 2\sin^2 x$. Ако $\sin x = t$, то

$$2t^2 + t - 1 = 0,\ D = 9,\ t_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} = -1 \text{ и } \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1 \ \cup\ \sin x = \frac{1}{2} \text{ и } x \in [0;2\pi].$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \ \cup\ x = \frac{\pi}{6} \text{ и } x = \frac{5\pi}{6}.$$

Следователно търсеният сбор е $\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{15\pi}{6} = \frac{5\pi}{2}$.

5. Отг. Е). $\log_x(2-x) = 2$

$$\text{ДМ: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow x \in (0;1) \cup (1;2)$$

$\log_x(2-x) = \log_x x^2 \Leftrightarrow 2 - x = x^2$, откъдето $x^2 + x - 2 = 0$, чиито корените са $x_1 = 1$ и $x_2 = -2$. Получените стойности са извън ДМ и следователно сборът от корените не съществува.

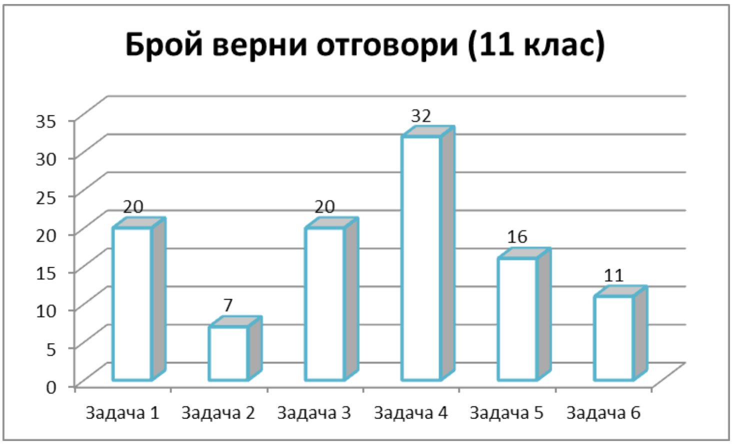
6. Отг. 89. Ако $n + 13$ се дели на 17, то и $2n + 26$ се дели 17. Следователно и $2n + 26 + 17 = 2n + 43$ се дели на 17. Числата 13 и 17 са взаимно прости. Ако $2n + 43$ се дели и на 13, то $2n + 43$ се дели на 13.17 = 221. Най-малкото естествено число, което се дели на 221, е 221. Заключаваме, че $2n + 43 = 221$ и търсеният отговор е $n = 89$.

7. Отг. 200. На първо място не може да стои „0“. Възможностите за цифрата на първо място са 5. На другите три позиции могат стоят останалите 4 цифри и „0“. Възможностите са броят на вариациите от 5 числа от клас 3, т.е. V_5^3 . Следователно всички четирицифрени числа са $n = 5.V_5^3 = 5.5.4.3 = 300$ (**5 точки**). За трицифрените числа отново на първо място не може да стои „0“. Възможностите за цифрата на първо място са 4. На другите две позиции може да стои коя да е цифра, защото се допускат повторения и не трябва да изключваме вече избраната първа цифра. Възможностите са вариациите с повторение от 5 числа от клас 2, т.е. $5^2 = 25$. Следователно всички трицифрени числа са $m = 4.25 = 100$. Окончателно отговорът на задачата е $n - m = 300 - 100 = 200$. (**5 точки**)

Анализ на постигнатите резултати

Взелите участие ученици от XI и XII клас в математическия турнир „Перперикон“ са общо 113, като от XI клас са 56, а от XII клас са 57. Единадесетокласниците са от различни училища в Кърджали (30 ученици), Димитровград (4 ученици), Хасково (един ученик), Смолян (9 ученици), Крумовград (един ученик), Неделино (един ученик), с. Бенковски (2 ученици) и с. Черноочене (8 ученици). Дванадесетокласниците са от различни училища в Кърджали (26 ученици), Димитровград (6 ученици), Хасково (5 ученици), Смолян (17 ученици), Крумовград (един ученик), с. Черноочене (един ученик) и с. Кирково (един ученик).

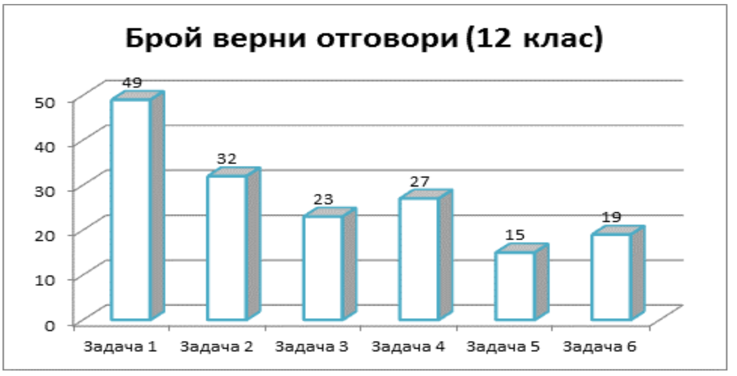
На първо място сред единадесетокласниците е класиран участник от ПМГ „Иван Вазов“ в Димитровград с 29 точки (Даниел Христов Янков). На второ място с равен брой точки – 22, са класирани двама участници: единият от ПМГ „Акад. Боян Петканчин“ в Хасково (Любен Мирославов Балтаджиев), а другият – от ПГИ „Алеко Константинов“ в Кърджали (Анна Иванова Пенчева). Третите места също са две с по 21 точки за участници от ЕГ „Христо Ботев“ в Кърджали (Синем Мустафа Юсеинчауш) и от ППМГ „Васил Левски“ в Смолян (Величка Стефанова Илчева). Анализът показва, че 19,64% от всички 56 участници (или 11 на брой) са получили повече от половината точки, между 16 и 29, а 12 участници, или 21,43%, са получили 0 точки, т.е. не са се справили с нито една от задачите в състезанието. Останалите участници имат между 3 и 12 точки. Интерес представлява броят на участниците, решили всяка от задачите. Тази информация е представена на фиг. 1.



Фигура 1

От графиката се вижда, че 35,71% от участниците от XI клас са решили вярно задача 1, 12,50% са решили вярно задача 2, 35,71% са решили вярно задача 3, 57,14% са решили вярно задача 4, 28,57% са решили вярно задача 5 и 19,64% са решили вярно задача 6. По отношение на задача 7 може да се каже, че само 4 участници са получили 8, 9 или 10 точки, което означава вярно решена или решена до голяма степен задача. Разсъждения по тази задача, или повече от нула точки, имат 16 от участниците, което е 28,57%. Общо всички участници са събрали 419 точки от темата при възможни 1680 (в случай че всички участници имат максимален брой точки 30). Това показва, че общата успеваемост на участниците за темата за XI клас от Турнира е 24,94%.

На първо място сред дванадесетокласниците са класирани двама участници с максимален брой точки, т.е. 30 точки, което означава изцяло вярно решена тема. Единият от първенците в XII клас е от ПМГ „Иван Вазов“ в Димитровград (Гергана Георгиева Гочева), а другият е от ППМГ „Васил Левски“ в Смолян (Делчо Христов Дичев). На второ място с равен брой точки – 27, са се класирали трима участници: двама от ППМГ „Васил Левски“ в Смолян (Теодора Светославова Милева и Алекс Митков Колачев) и един от ПМГ „Иван Вазов“ в Димитровград (Недена Николаева Кръстева). На трето място с 26 точки е класиран участник от ПМГ „Иван Вазов“ в Димитровград (Валентина Емилова Стефанова). Анализът показва, че 35,09% от всички 57 участници (или 20 на брой) са получили повече от половината точки – между 19 и 30, а нито един участник не е получил 0 точки, т.е. всички са решили вярно поне по една задача от темата. От всички 57 участници 26 са получили не повече от 10 точки, което е 45,61%. По отношение на броя на участниците, решили всяка от задачите, може да се представи следната информация (фиг. 2).



Фигура 2

От графиката се вижда, че 85,96% от участниците от XII клас са решили вярно задача 1, 56,14% са решили вярно задача 2, 40,35% са решили вярно задача 3, 47,37% са решили вярно задача 4, 26,32% са решили вярно задача 5 и 33,33% са решили вярно задача 6. По отношение на задача 7 може да се каже, че 18 участници, които представляват 31,58% от всички участници, са получили 10 точки, което означава, че са решили изцяло вярно задачата. Разсъждения по тази задача или повече от нула точки имат още 11 от участниците, което е 19,30%. Може да се каже още, че само половината от участниците нямат никакви идеи за решението на задача 7. Общо всички участници са събрали 750 точки от темата при възможни 1710 (в случай че всички участници имат максимален брой точки 30). Това показва, че общата успеваемост на участниците за темата за XII. клас е 43,86%.

Въз основа на получените резултати могат да се направят следните изводи.

– Забелязва се, че е много нисък процентът на справилите се със задача 2 от темата за XI клас. Това може да се дължи на нестандартния вид на задачата или на липсата на достатъчно добра задължителна училищна подготовка по темата за геометрична прогресия.

– Установява се, че изхождайки от уменията на участниците в Турнира, темата за XI клас не е подходящо структурирана по степен на трудност за разлика от темата за XII клас, което се вижда от фиг. 1 и фиг. 2.

– Участниците от XII клас са показали значително по-висока успеваемост от тези от XI клас, което може да се дължи на трудността на задачите или на факта, че дванадесетокласниците са по-силно мотивирани и подготвени по математика предвид това, че им предстои кандидатстване в университет.

– Значителен е процентът на явилите се участници, които показват много ниска успеваемост, което, от една страна, е тревожен сигнал, но от друга – свидетелства за високото ниво на предлаганите теми в областния математически турнир „Перперикон“.

ЛИТЕРАТУРА

Николаев, Р. & Петков, Й. (2016). Анализ на задачите и представяне на учениците от XI и XII клас на Областния математически турнир Кърджали' 2015. *Математика и информатика, (59), 3*, с. 243 – 255.

REFERENCES

Nikolaev, R. & Petkov, Y. (2016). Analiz na zadachite i predstavyane na uchenitsite ot XI i XII klas na Oblastniya matematicheski turnir Kardzhali' 2015. *Matematika i informatika – Mathematics and Informatics, (59), 3,* pp. 243 – 255.

ANALYSIS OF THE PROBLEMS AND THE PERFORMANCE OF THE 11TH AND 12TH GRADE STUDENTS IN THE XIX MATHEMATICAL TOURNAMENT "PERPERIKON"

Abstract. The paper presents the problems for XI and XII grades from the 19th Mathematical Tournament "Perperikon", held in the city of Kardzhali on November 30, 2019. Methodological solutions of the problems are proposed. An analysis of the results achieved by the participants is done and the level of their preparation for such type of mathematical competitions is assessed.

Keywords: education; mathematics competition

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc.**
University of Finance, Business and Entrepreneurship
1, Gusla St.
1618 Sofia, Bulgaria
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

✉ **Prof. Dr. Rosen Nikolaev**
Varna University of Economics
77, Knyaz Boris I Blvd.
Varna, Bulgaria
E-mail: nikolaev_rosen@ue-varna.bg

✉ **Dr. Tanka Milkova, Assoc. Prof.**
Varna University of Economics
77, Kniaz Boris I Blvd.
9002 Varna, Bulgaria
E-mail: tankamilkova@ue-varna.bg