

*Research Insights
Изследователски проникновения*

ДИДАКТИЧЕСКА ТЕХНОЛОГИЯ ЗА ОВЛАДЯВАНЕ НА ПОНЯТИЕТО ОБИКОЛКА НА ТРИЪГЪЛНИК, ПРАВОЪГЪЛНИК И КВАДРАТ В НАЧАЛНОТО ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА

Владимира Ангелова

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Резюме. В настоящата публикация се представя една работеща технология за овладяване на понятията геометрична фигура и обиколка на триъгълник, правоъгълник и квадрат. Статията се фокусира върху методиката на изучаване на основния понятиен апарат, както и видовете геометрични задачи, свързани с него. Технологичният вариант за обучение е интегриран в учебник по математика за втори клас за училищната мрежа и представлява иновация при изложението на разглежданата тема от област на компетентност „Геометрични фигури и тела“.

Ключови думи: геометрична форма; периметър; начално училище

Една от най-важните задачи на съвременното училище е да развива детската интелигентност и да формира творческо въображение. Въображението не само помага за ученето, а е важно и за детското познавателно развитие и личностно израстване.

Според учебната програма по математика за втори клас при изучаването на всяка тема се открояват „очаквани резултати и понятия от различните области на компетентност. В основата на интердисциплинарния подход са аритметичните знания, които са представени в единство с геометричните. Формулировката на темите позволява прилагането на различни методически решения и интегриране на знания и умения от различните области на математическата компетентност“.

Целта на настоящата публикация е да се представи технология за овладяване на понятията геометрична фигура и обиколка на триъгълник, правоъгълник и квадрат. Технологичният вариант за обучение е интегриран в учебник по математика за втори клас за училищната мрежа и представлява иновация при изложението на разглежданата тема от област на компетентност „Геометрични фигури и тела“.

Ще представим методиката на изучаване на основния понятиен апарат, както и видовете геометрични задачи, свързани с него.



Като отправна точка за изучаването на геометричния материал, свързан с обиколка на триъгълник, правоъгълник и квадрат, е въвеждането на понятието *геометрична фигура*. Вниманието на учениците се насочва върху илюстрацията, на която е изобразено момче, като художник. С лекота се установява, че нарисваната от него картина се състои от правоъгълници, квадрати, триъгълници

и кръгове. Съобщава им се, че те са *геометрични фигури*.

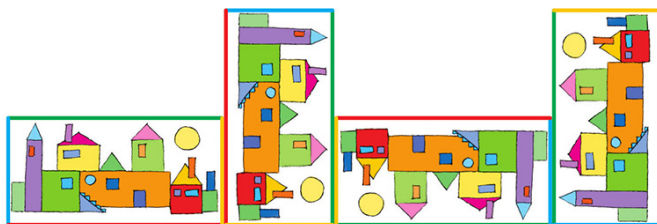
Нека да се съсредоточим върху правоъгълника (картината от геометрични фигури).

Първоначално въз основа на измерване на страните на правоъгълника и сравняване дължините им се достига до извода: *Страните на правоъгълника, които са една срещу друга, имат равни дължини.*



За да се подпомогне разбирането на понятието обиколка на правоъгълник, на следващата илюстрация се показва „претъркването“ на картината и се наблюдава следата, която остава всяка от страните.

След това на учениците се предоставя възможността да намерят сбора от дължините на страните на правоъгълника, като по този начин достигат до дефиницията за обиколка на правоъгълник:



Обиколка на правоъгълник се нарича сборът от дължините на страните му.

$$4 \text{ см} + 2 \text{ см} + 4 \text{ см} + 2 \text{ см} = 12 \text{ см}$$

Пресмятането се извършва въз основа на знанията на учениците за намиране на сбор на четири числа.

За успешното овладяване на понятието обиколка на правоъгълник може да се използва и електронният ресурс от електронния учебник по математика, който визуализира описаната дейност (Angelova, 2017).

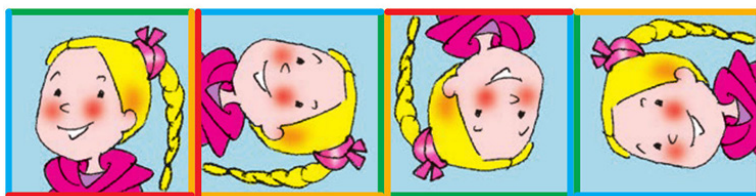
Нека сега отново да насочим вниманието си към основната илюстрация, и по-конкретно върху квадратната снимка на момичето.



Въз основа на измерване на страните на квадрата и сравняване на дължините им се достига до извода: *Страните на квадрата имат равни дължини.*

За да се подпомогне разбирането на понятието обиколка на квадрат, на следващата илюстрация се показва „претъркалянето“ на снимката и се наблюдава следата, която оставя всяка от страните.

След това учениците намират сбора от дължините на страните на квадрата, като по този начин достигат до определяне на понятието обиколка на квадрат: *Обиколка на квадрат се нарича сборът от дължините на страните му.*

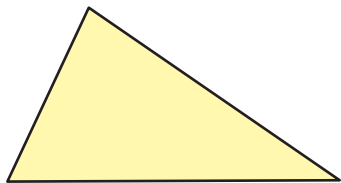


$$2 \text{ см} + 2 \text{ см} + 2 \text{ см} + 2 \text{ см} = 8 \text{ см}$$

Пресмятането се извършва въз основа на знанията на учениците за намиране на сбор на четири числа.

За ефективното овладяване на понятието обиколка на квадрат е удачно да се използва и електронният ресурс от електронния учебник по математика, който визуализира описаната дейност (Angelova, 2017).

Сега да обърнем внимание на геометричната фигура триъгълник.



Поставя се на учениците инструкцията да се намери сборът от дължините на страните на начертания триъгълник, като по този начин достигат до определяне на понятието обиколка на триъгълник. Тук отново можем да приложим действения подход, като „претърколим“ този триъгълник и наблюдаваме следата, която оставя всяка от страните.

Пресмятането се извършва въз основа на знанията на учениците за намиране на сбор на три числа ($4 \text{ см} + 3 \text{ см} + 2 \text{ см} = 9 \text{ см}$).

Образователният електронен ресурс, който визуализира описаната процедура и подпомага овладяването на понятието обиколка на триъгълник, е поместен в електронния учебник (Angelova, 2017).

На този етап обиколките на геометричните фигури (правоъгълник, квадрат и триъгълник) се намират само чрез действие събиране, защото въвеждането на понятието обиколка е предвидено да се изучава във втори клас при глобалната тема *Събиране и изваждане на числата до 100 без преминаване.*

В резултат на цялостната учебна дейност е подходящо да се направи

обобщението: *Обиколката на всяка от геометричните фигури правоъгълник, квадрат и триъгълник е сборът от дължините на страните им.*

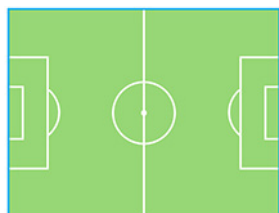
За затвърдяване на знанията и уменията на учениците за намиране обиколките на изучените геометрични фигури се предлага задача, в която има начертани правоъгълник, квадрат и триъгълник, и се пита може ли да се намери обиколката на правоъгълника, като се измерят само двете му съседни страни, и може ли да се намери обиколката на квадрат, като се измери само едната му страна.

Ще отбележим, че при изграждане на умения у учениците за намиране на обиколки на изучените геометрични фигури въз основа на действие събиране се осъществява връзка между аритметични и геометрични знания.

„Важно условие за усъвършенстване на преподаването по математика е акцентирането върху практическата насоченост“ (Marinova, 2012). Практическото приложение на изученото понятие *обиколка* може да се демонстрира със следната задача с геометрично съдържание.

Пример 1. Колко метра ограда е необходима за ограждането на:

- а) триъгълно дворно място с размери: 35 м, 21 м и 20 м;



- б) правоъгълна спортна площадка с размери: 13 м и 10 м.

Според учебната програма по математика за втори клас в темата *Събиране и изваждане на числата до 100 с преминаване* се дефинират следните компетентности като очаквани резултати от обучението: разпознаване на видовете триъгълници според страните, назоваване на елементите на триъгълника, включително бедро и основа на равнобедрен триъгълник. Точно тук е мястото освен задачите за намиране на обиколка на триъгълник на учениците да се представят и задачи за намиране на дължина на страна на триъгълник по дадени обиколка и дължините на другите две страни.

Пример 2. Дължините на страните на триъгълник са: 6 см, 8 см и 13 см. Колко сантиметра е обиколката му?

Пример 3. Обиколката на триъгълник е 26 см. Дължините на две от страните му са 9 см и 12 см. На колко сантиметра е равна третата страна?

Съвсем релевантно е съвместното разглеждане и съпоставяне на тази двойка задачи.

Ще представим още една двойка задачи, като при тях триъгълниците са равнобедрени.

Пример 4. Две от страните на триъгълник са равни и имат дължини 11 дм, а третата страна е 14 дм. Намери обиколката на триъгълника.

Пример 5. Обиколката на триъгълник е 68 дм. Двете му страни са равни и имат дължини 24 дм. На колко дециметра е равна третата страна?

В *пример 4*, учениците намират обиколката на триъгълник по дадени дължини на страните му, като използват действие събиране, а в следващия пример намират дължината на страна на триъгълник по дадени обиколка и дължини на другите две страни, като използват действията събиране и изваждане.

Следва запознаването на учениците с видовете триъгълници според дължините на страните им. Това се осъществява нагледно-практически. Предоставя им се чертеж, на който са изобразени три триъгълника – равноностранен, равнобедрен и разностранен. Чрез измерване на дължините на страните на триъгълниците се стига до описателните им определения. За равнобедрения триъгълник се въвеждат и специфичните названия на страните му: *основа* и *бедро*. Задачите, които могат да се предложат на учениците, вече съдържат тази специфична терминология. Ето и примери:

Пример 6. Дължината на страната на равноностранен триъгълник е 23 дм. Намери обиколката му.

Пример 7. Бедрото на равнобедрен триъгълник е 14 дм, а основата – 10 дм. Намери обиколката му.

Пример 8. Обиколката на равнобедрен триъгълник е 44 см, а бедрото му – 12 см. Намери дължината на основата му.

Пример 9. Обиколката на равнобедрен триъгълник е 1 м. Бедрото му има дължина 42 см. Колко сантиметра е основата на триъгълника?

Следващите два примера са на задачи с геометрично съдържание, подходящи за разглеждане в темата *Събиране и изваждане на числата до 100 с преминаване*. Те се отнасят за геометричната фигура правоъгълник.

Пример 10. Едната страна на правоъгълник е 18 см, а другата е с 13 см по-дълга.

а) Намери дължината на другата страна; б) Намери обиколката на правоъгълника.

Пример 11. Едната страна на правоъгълник е 23 см, а другата е с 14 см по-къса.

а) Намери дължината на другата страна; б) Намери обиколката на правоъгълника.

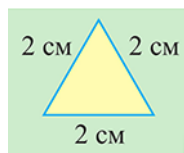
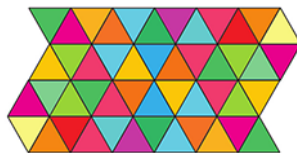
При изпълнението на тези две задачи се актуализира смисълът на релациите „с... по-дълга“ и „с... по-къса“.

Според учебната програма по математика за втори клас в темата *Таблично умножение и деление* се дефинират следните компетентности като очаквани резултати от обучението: намиране на обиколка на триъгълник, квадрат и правоъгълник по различен начин и намиране на страна на геометрична фигура по дадена обиколка и друга страна.

Ще представим технология на изучаване на тези компетентности, която се определя и от аритметичния материал, който е предмет на изучаване в тази тема.

Формирането на умение за намиране на обиколка на равностранен триъгълник по нов начин следва да се осъществи, след като е изучена таблицата за умножение с числото 3. На децата се предлага проблемна реална житейска ситуация (*пример 12.*), която, ако я формулираме с езика на математиката, се свежда до задача за намиране на обиколка на равностранен триъгълник.

Пример 12. Второкласници моделират мозайка от хартия. Всяка част от мозайката е равностранен триъгълник с дължина на страната 2 см. Колко сантиметра е обиколката му?



Най-напред се припомня, че дължините на страните на даден равностранен триъгълник са равни. След това се изяснява намирането на обиколката му, като се използва умножение: *дължината на страната на равностранния триъгълник се умножава с числото 3.*

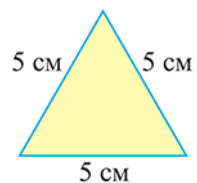
Тогава решението е следното: $3 \cdot 2 = 6$ (см). Следва затвърдяване на знанието за намиране на обиколка на равностранен триъгълник чрез действие умножение.

Пример 13. Намери с умножение обиколката на равностранен триъгълник с дължина на страната: а) 4 см; б) 6 дм; в) 7 м.

Формирането на умение за намиране на дължината на страната на равностранен триъгълник по дадена обиколка е подходящо да се осъществи, след като учениците са изучили таблицата за деление с числото 3. На децата се предлага практическа ситуация (*пример 14.*), в която се затвърдява умението за намиране обиколката на равностранен триъгълник.



Пример 14. При изработването на проект за прозрачен покрив използвали равностранни триъгълници. Всеки такъв триъгълник има дължина на страната 5 см. Колко сантиметра е обиколката му?



Обиколката на равностранния триъгълник е: $5 \cdot 3 = 15$ (см).

Стига се до заключението: *Обиколката на равностранния триъгълник е 3 пъти по-голяма от дължината на страната му, а дължината на страната на равностранния триъгълник – 3 пъти по-малка от обиколката му.*

Благодарение на тези знания се формулира изводът: *Дължината на страната на равностранен триъгълник се намира, като обиколката му се раздели на 3.*

Въз основа на направения извод може да се решават задачи за намиране на дължината на страната на равностранен триъгълник при дадена неговата обиколка.

Пример 15. Намери дължината на страната на равностранен триъгълник с обиколка: а) 9 см; б) 18 дм; в) 21 м.

Решението за подточка а): $9 : 3 = 3$ (см). Аналогично се намира дължината на страната на равностранния триъгълник и за другите две подточки.

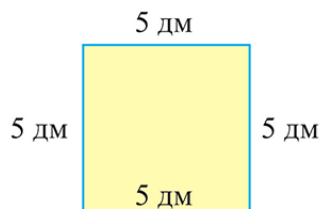
За усъвършенстване на знанията и уменията на учениците се предлагат задачи за намиране на обиколката на равностранен триъгълник по два начина (*пример 16.*) и за намиране дължината на страната на равностранен триъгълник по дадена обиколка (*пример 17.*).

Пример 16. Намери по два начина обиколката на равностранен триъгълник с дължина на страната: а) 3 см; б) 8 дм; в) 9 м.

Пример 17. Намери дължината на страната на равностранен триъгълник с обиколка: а) 12 см; б) 15 дм; в) 24 м.

Формирането на умение за намиране на обиколка на квадрат по нов начин е подходящо да се реализира след изучаване на таблицата за умножение с числото 4. На децата се предлага проблемна реална житейска ситуация (*пример 18.*), която, ако я формулираме с езика на математиката, се свежда до задача за намиране на обиколка на квадрат.

Пример 18. За остъкляването на зимна градина използвали стъкла с формата на квадрати. Всеки такъв квадрат има дължина на страната 5 дм. Колко дециметра е обиколката му?



Обиколката на квадрата е: $4 \cdot 5 = 20$ (см).

Стига се до заключението: *Обиколката на квадрата е 4 пъти по-голяма от дължината на страната му, а дължината на страната на квадрата – 4 пъти по-малка от обиколката му.*

Благодарение на тези знания се формулира изводът: *Дължината на страната на квадрат се намира, като обиколката му се раздели на 4.*

Базирайки се на този извод, на учениците могат да се предлагат задачи за намиране на дължината на страната на квадрат при дадена неговата обиколка.

Пример 19. Намери дължината на страната на квадрат с обиколка:
а) 20 см; б) 28 дм; в) 32 м.

Решението за подточка а): $20 : 4 = 5$ (см). Аналогично се намира дължината на страната на квадрата и за другите две подточки.

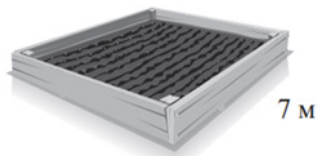
За усъвършенстване на знанията и уменията на учениците се предлагат задачи за намиране на обиколката на квадрат и за намиране дължината на страната на квадрат по дадена обиколка (пример 20.), както и задачи с практико-приложен характер (примери 21., 22. и 23.).

Пример 20. Попълни таблицата

Обиколка на квадрат	20 см		12 см		24 м		8 см
Страна на квадрат		4 дм		8 дм		9 м	

Пример 21. Колко дециметра е страната на квадратна седалка от единичен лифт, ако обиколка ѝ е 24 дм?

Пример 22. Допълни условието и реши задачата.



Симона и баща ѝ направили градина с форма на квадрат, която има дължина на страната ___ м. Колко метра е обиколката на градината?

Пример 23. Допълни въпроса на задачата, като си помогнеш с картинката. Реша я.

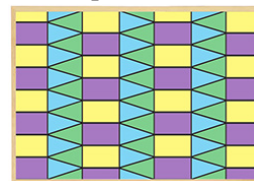
Мила и Мони играят на детска площадка, която има форма на квадрат с обиколка 40 м. Колко метра _____ ?



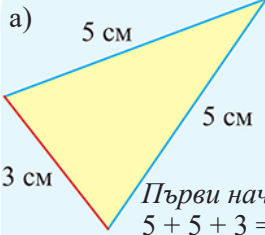
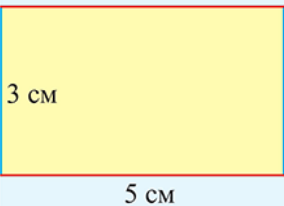
Формирането на умение за намиране на обиколка на равнобедрен триъгълник и правоъгълник по нов начин се реализира, след като учениците са се запознали и усвоили реда на пресмятането на числови изрази от вида: $2 \cdot a + b$, $2 \cdot a + 2 \cdot b$, $2 \cdot (a + b)$, където a и b са естествени числа такива, че умножението да е таблично. В настоящата технология това е предвидено след изучаването на таблицата за умножение с числото 5. На децата се предлагат две реални ситуации (пример 24.), които, ако ги формулираме с езика на математиката, първата от тях се свежда до задача за намиране на обиколка на равнобедрен триъгълник, а втората – до задача за намиране на обиколка на правоъгълник.

Пример 24. Децата от клуба по приложна математика изработили пано от правоъгълници и равнобедрени триъгълници.

а) Намери обиколката на равнобедрения триъгълник, като знаеш, че основата му е 3 см, а бедрото – 5 см.



б) Намери обиколката на правоъгълника, като знаеш, че едната му страна е 3 см, а другата – 5 см.

<p>а)</p>  <p>Първи начин: $5 + 5 + 3 = \underline{\quad}$ (см) Втори начин: $2 \cdot 5 + 3 = \underline{\quad}$ (см)</p>	<p>а)</p>  <p>Първи начин: $5 + 5 + 3 + 3 = \underline{\quad}$ (см) Втори начин: $2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = \underline{\quad}$ (см) Трети начин: $2 \cdot (5 + 3) = \underline{\quad}$ (см)</p>
---	--

Най-напред трябва учениците да си припомнят, че бедрата на равнобедрения триъгълник имат равни дължини и срещуположните страни на правоъгълника имат равни дължини. При тази задача се излиза от практическа ситуация. При а) се показват два начина за намиране на обиколката на равнобедрения триъгълник – при единия се използва и умножение. При б) се представят три варианта за намиране на обиколката на правоъгълника – при два от тях се използва и умножение.

Изведените начини за намиране на обиколка на равнобедрен триъгълник и на правоъгълник се затвърдяват с изпълнението на геометрични задачи (пример 25.) и практически задачи с геометрично съдържание (пример 26.).

Пример 25. Намери по различни начини обиколката на:

- а) равнобедрен триъгълник с дължина на основата 5 дм и бедро 7 дм;
- б) правоъгълник с дължини на страните 4 м и 5 м.

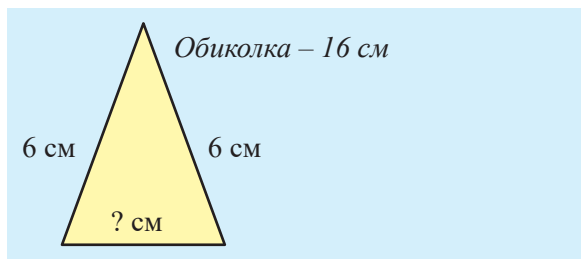
Пример 26. Мария получила поздравителна картичка с форма на правоъгълник. Едната страна е 4 см, а другата – 2 пъти по-дълга. Намери дължината на другата страна. Намери обиколката на картичката.

– Мария получила и картичка с форма на квадрат. Намери дължината на страната на картичката, ако тя има обиколка, равна на тази на правоъгълната картичка.

За формирането на умение за намиране на основата на равнобедрен триъгълник по дадена обиколка и дължина на бедрото му учениците предварително се запознават и усвояват реда на изпълнение на действията при числови изрази от вида: $a - (b + b)$, $a - 2 \cdot b$, където a и b са естествени числа от изучените, а умножението е таблично.

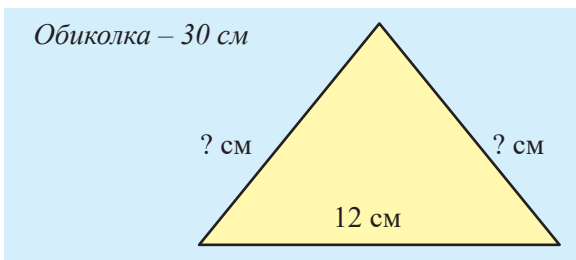
Формирането на това умение може да се реализира чрез анализирането и решаването на следната геометрична задача.

Пример 27. Равнобедрен триъгълник има обиколка 16 см. Дължината на бедрото му е 6 см. Колко сантиметра е дължината на основата?



Обсъждат се различни начини за намирането ѝ. При единия вариант се използват действията събиране и изваждане: $16 - (6 + 6) = 4$ (см), а при другия – действията умножение и изваждане: $16 - 2 \cdot 6 = 4$ (см).

Формирането на умение за намиране на бедрото на равнобедрен триъгълник по дадена обиколка и дължина на основата се осъществява чрез решаването следната геометрична задача.



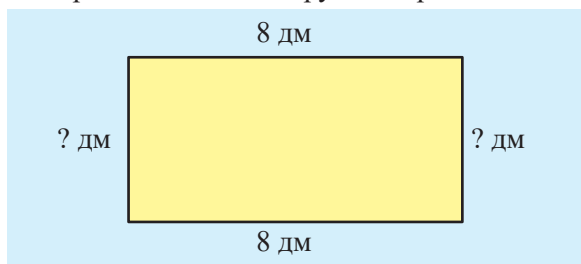
Пример 28. Равнобедрен триъгълник има обиколка 30 см. Дължината на основата му е 12 см. Колко сантиметра е дължината на бедрото?

За решаването на тази задача може да се използва числовият израз: $(30 - 12) : 2$.

Очевидно е, че учениците трябва да са усвоили реда на изпълнение на действията при числови изрази от този вид.

Формирането на умение за намиране на страната на правоъгълник по дадена обиколка и дължина на другата му страна се реализира чрез следващата задача.

Пример 29. Обиколката на правоъгълника е 26 дм. Едната му страна е 8 дм. Намери дължината на другата страна.



При тази задача може да се намери дължината на страната на правоъгълника с пресмятането на числовия израз: $(26 - 2 \cdot 8) : 2$. Естествено за решението на задачата може да се използват и няколко числови израза.

Учениците предварително трябва са усвоили реда на изпълнение на действията при числови изрази като използвания в този пример.

За да е завършена тази технология, е необходимо изучените дотук геометрични знания да се прилагат всеобхватно. Ето и примери за това.

Пример 30. Геометрична фигура с равни по дължина страни има обиколка 27 м. Дължината на страната ѝ е 9 м. Определи вида на фигурата.

Пример 31. Обиколката на квадрат е 36 см. Намери обиколката на равно-странен триъгълник със страна, равна на страната на квадрата.

Пример 32. Обиколката на равноностранен триъгълник е 27 см. Намери обиколката на квадрат със страна, равна на страната на равноностранния триъгълник.

Представената технология за изучаване на геометрични знания, свързани с понятието обиколка на триъгълник, правоъгълник и квадрат, представлява завършена методическа композиция, която е сполучливо интегрирана в учебник по математика за втори клас от училищната мрежа (Angelova, 2017). Обучението по тази технология ще съдейства за развитие на пространствените представи и мисленето на учениците и е предпоставка за висока познавателна активност в учебния процес. Тази технология е полезна и на всеки педагог, защото му осигурява възможност да преподава геометрични знания на децата по систематизиран начин, използвайки житейския опит на детето и неговото богато въображение.

Важно е да отбележим, че при изграждането на дидактическата технология за обучение сме отчели, че „един от основните показатели на пълноценното знание е тяхната системност, от степента на формираност на която зависят нейните характеристики осъзнатост, трайност, дълбочина, гъвкавост, оперативност“ (Marinova, 2000).

Преподаването на геометрични знания от разглежданата тема по представената дидактическа технология ще заинтересува учителите, които се грижат за по-нататъшното развитие на децата и са готови да помогнат на учениците си да научат геометрията. Сигурни сме, че изградената технология ще бъде привлекателна за учителите, които търсят нови идеи в своята професия.

ЛИТЕРАТУРА

Ангелова, В. & Дойчинова, С. (2017). *Математика за II клас*. София: Просвета плюс.

Ангелова, В., Николова, А. & Кадева, В. (2017). *Математика за II клас – електронен учебник*. София: Просвета плюс.

Маринова, В. (2012). *Формирование практических умений при обучении геометрии в средней школе, Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе*. Тольятти: ТГУ.

Маринова, В. (2000). Формиране на системност в знанията при решаване на геометрични задачи. *Педагогически алманах*, 1 – 2.

REFERENCES

Angelova, V. & Doichinova, S. (2017). *Matematika za II klas*. Sofia: Prosveta plus.

- Angelova, V., Nikolova, A. & Kadeva, V. (2017). *Matematika za II klas – elektronen uchebnik*. Sofia: Prosveta plus.
- Marinova V., (2012). *Formirovanie prakticheskikh umeniy pri obuchenii geometrii v sredney shkole, Geometriya i geometricheskoe obrazovanie v sovremennoy sredney i vsshey shkole*. Tolyatti: TGU.
- Marinova, V. (2000). Formirane na sistemnost v znaniata pri peshavsne na geometrichni zadachi. *Pedagogicheski almanah*, 1 – 2.

DIDACTIC TECHNOLOGY FOR UNDERSTANDING THE CONCEPT OF PERIMETER OF A TRIANGLE, A RECTANGLE, AND A SQUARE IN PRIMARY SCHOOL EDUCATION IN MATHEMATICS

Abstract. This paper presents a working technology for understanding the concepts of geometric shape and perimeter of a triangle, a rectangle, and a square. The article focuses on the methodology of studying the main conceptual apparatus, as well as the types of exercises associated with it. The presented technology is integrated into a mathematics textbook for the second grade of primary school, which is used in the school network and represents an innovation in the subject area of Geometric shapes and bodies.

Keywords: geometric shape; perimeter; primary school

✉ **Prof. Dr. Vladimira Angelova**
Faculty of Pedagogy
Plovdiv University „Paisiy Hilendarski“
Plovdiv, Bulgaria
E-mail: vladiang@abv.bg