ОНЛАЙН СЪСТЕЗАНИЕ „VIVA МАТЕМАТИКА С КОМПЮТЪР“

[1)]Петър Кендеров, [2)]Тони Чехларова, [2)]Георги Гачев
[1)]Българска академия на науките
[2)]Институт по математика и информатика – БАН

Резюме. Описани са характерните особености на онлайн състезанието „VIVA математика с компютър“, организирано от Института по математика и информатика на Българската академия на науките, Съюза на математиците в България и телекомуникационната компания VIVACOM. Направена е класификация на задачите според вида на отговорите им. Обсъдени са предоставяните към някои от задачите помощни файлове на *GeoGebra*, които са средство за едновременното развитие на дигиталната и математическата компетентност на учениците. Представен е анализ на резултатите от състезанието, проведено на 25 април 2020 година.

Ключови думи: онлайн състезание; дигитална компетентност; математическа компетентност; Covid-19; GeoGebra; PISA

Въведение

Онлайн състезанието „VIVA математика с компютър“ бе проведено за пръв път през 2014 година. То бе организирано от Института по математика и информатика на Българска академия на науките, Съюза на математиците в България и телекомуникационната компания VIVACOM (Kenderov & Chehlarova, 2014), (Kenderov & Chehlarova, 2015b) чрез специално разработена за целта платформа Viva Cognita (Branzov, 2015). Причината за започване на това състезание бе желанието да се запълни, поне отчасти, една празнина в математическата грамотност на българските ученици. Съгласно постановките на програмата PISA за международно оценяване на ученици математическата грамотност днес включва и умението да се използват софтуерни системи за боравене с математически обекти, включително и за решаване на задачи с практическа насоченост. Липсата на такива умения е една от причините за незадоволителното представяне на българските ученици в оценяването PISA. Освен това усвояването и използването на такива софтуерни системи открива възможност значителна част от математическите идеи, понятия и факти да се усвояват чрез експериментиране – така, както се изучават всички естествени науки. Както ще стане ясно по-долу, състезанието допринася и за развитие на дигиталната компетентност на учениците, както и за постигането на редица други цели.

Обявеното извънредно положение във връзка с болестта Covid-19 показа по нов и неочакван за организаторите на състезанието начин, че то наистина е необходимо. Значителна част от състезанията от календарния план на МОН за ученици бяха отложени или отменени, но наложените ограничения не изключваха възможността за провеждане на онлайн състезание, при което участниците работят вкъщи и изпращат решенията си по интернет. Така на 25 април 2020 г. бе проведено поредното издание на онлайн състезанието „VIVA математика с компютър“.

1. Особености на онлайн състезанието „VIVA математика с компютър“

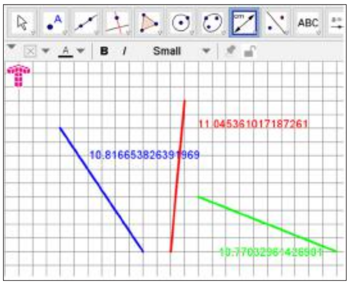
В онлайн състезанието „VIVA математика с компютър“ участват ученици от III до XII клас. Те са разделени в пет групи – по два класа в група. Всеки участник получава работен лист с 10 задачи, за решаването на които разполага с 1 час. Позволено е използването на всякакви помощни материали. Особеност на състезанието е предоставянето към задачите на файлове, изработени със софтуер *GeoGebra* (Hohenwarter, Hohenwarter & Lavicza, 2009), с чиято помощ задачата може да бъде изследвана и решена. Това осигурява реализирането на една от многото цели на състезанието – популяризирането на такъв вид специализиран софтуер и на конкретни образователни ресурси, разработени с него.

Според вида на отговора задачите в състезанието се разделят на три вида: задачи с избираеми отговори, от които точно един е верен; задачи с избираеми отговори без фиксиране на броя на верните отговори; задачи със свободен отговор (Gachev, 2015). Свободният отговор е число, при необходимост е посочено с каква точност да бъде записано.

Пример за задача с избираеми отговори, от които точно един е верен, е Задача 1 за VII – VIII клас: *Коя от трите отсечки е с най-голяма дължина?*[1)]

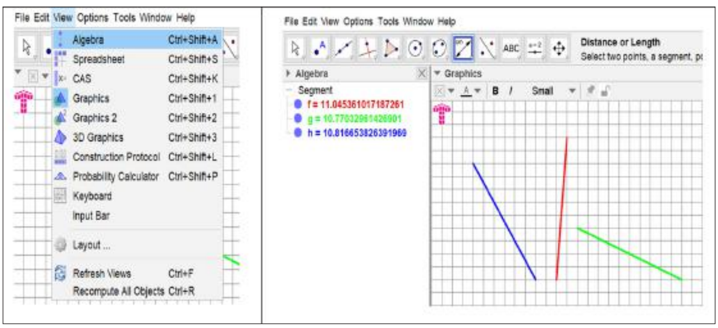
- Червената
- Зелената
- Синята

За получаване на верния отговор може да се използва предоставеният помощен файл. При активиран инструмент  (за измерване на дължина на обект) щракваме последователно върху дадените отсечки. Появяват се дължините на отсечките (фиг. 1). С най-голяма дължина е червената отсечка.



Фигура 1. Използване на инструмент за дължина на обект

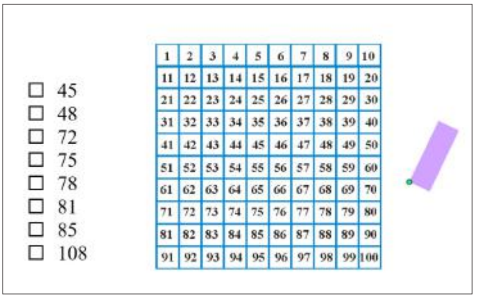
Друг начин за решаване на тази задача е да щракнем върху рубриката View (Изглед) на помощния файл и в падащото меню (фиг. 2) да изберем, пак със щракване, раздел Algebra. Вляво от геометричния прозорец се отваря друг прозорец, над който пише Algebra. В него са указани дължините на трите отсечки (фиг. 2). Вижда се, че червената отсечка е най-дълга.



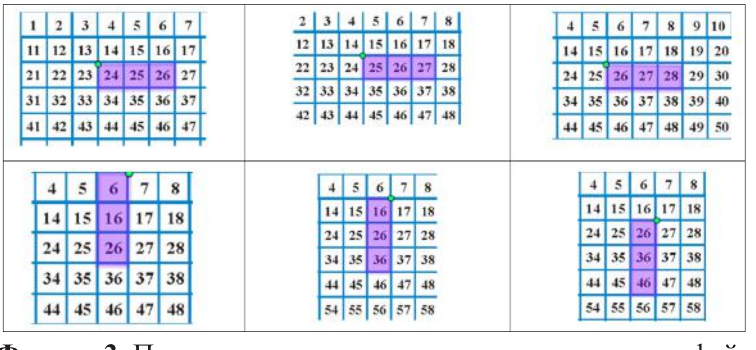
Фигура 2. Използване на алгебричен прозорец

Задачата може да се реши и с теоремата на Питагор. Синята отсечка е хипотенуза на правоъгълен триъгълник с катети 6 и 9 единици. Следователно квадратът на дължината на синята отсечка е $6^2+9^2=117$. По подобен начин намираме квадратите на дължините на другите две отсечки: за червената получаваме $1^2+11^2=122$, а за зелената $10^2+4^2=116$. Отново стигаме до извода, че червената отсечка е най-дълга.

Задача 9. за III – IV клас е с избираем отговор, без фиксиране на броя на верните отговори: *С лилавата фигура са покрити три квадратчета от числовата таблица. Ако едното покрито число е 26, сборът на трите покрити числа може да е:*[2)]



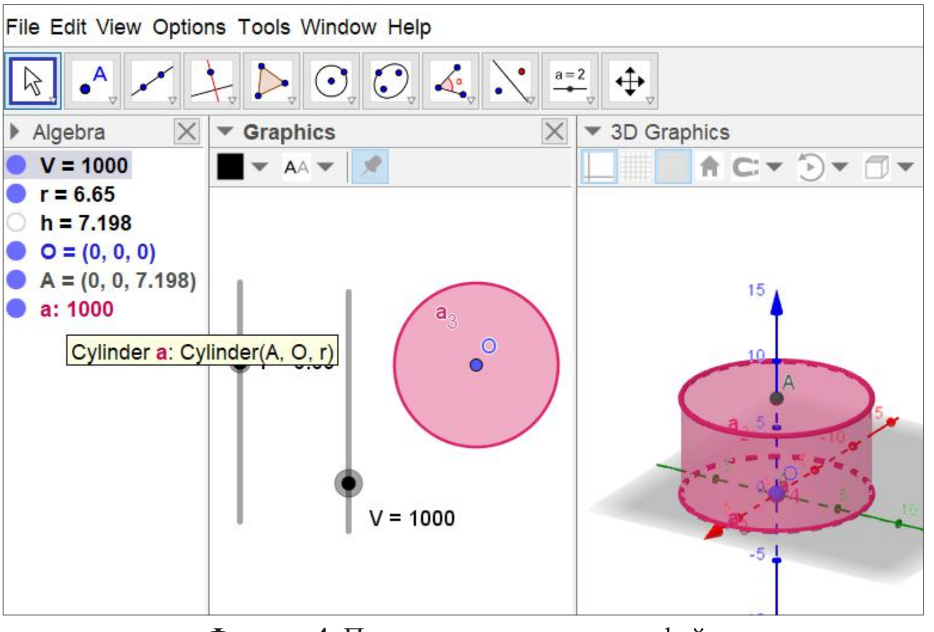
В предоставения помощен файл към задачата лилавата фигура може да се мести (чрез влачене и завъртане с мишката) и да заеме произволно място в ред или в колона от таблицата. Очаква се ученикът да разположи лилавата фигурата така, че да съдържа числото 26 и да намери сумата на попадналите в нея три числа. Разбира се, това може да се направи по много начини и затова верните отговори са повече от един. Отметките на предложените за избор отговори се поставят в квадратчета, за разлика от окръжностите в предния пример. Освен това се дава указанието *Можете да посочите повече от един отговор.* Участниците могат експериментално да стигнат до числата 48, 75, 78, 81, 108 (фиг. 3).



Фигура 3. Представяне на възможностите с помощния файл

Задача 10. за VII – VIII клас е със свободен отговор: *Във фирма за производство на пластмасови изделия е получена заявка за производство на голям брой съдове с вместимост (обем) 1 литър и с формата на прав кръгов цилиндър (с дъно, но без капак). С цел икономия на материал, производителят иска* *да направи повърхнината на съда колкото се може по-малка. Какъв следва да е диаметърът на дъното на съда (в сантиметри), за да бъде повърхнината най-малка? Запишете отговора с точност до стотните.*[1)]

Един изглед от помощния файл е показан на фиг. 4. В алгебричния прозорец се виждат означения на числа V, r, h, точка $O(0,0,0)$, точка $A(0,0,h)$ и означението a: 1000. Буквите V, r, h в геометрията най-често се използват за означаване съответно на обем, на радиус на окръжност и на височина на обект. В нашия случай задачата е за цилиндър и следва да очакваме, че: V е неговият обем, r е радиусът на основата, а h е височината на цилиндъра. Когато показалецът на мишката се задържи по-дълго върху означението a: се появява надпис $\text{Cylinder a : Cylinder}(A,O,r)$. При изпълнение на командата $\text{Cylinder}(A,O,r)$ *GeoGebra* построява прав цилиндър с център на долната основа в точка O, център на горната основа в точка A и радиус r. Този цилиндър е онагледен в тримерния графичен прозорец. *GeoGebra* е дала име a: на този цилиндър и е записала неговия обем в алгебричния прозорец a: 1000.

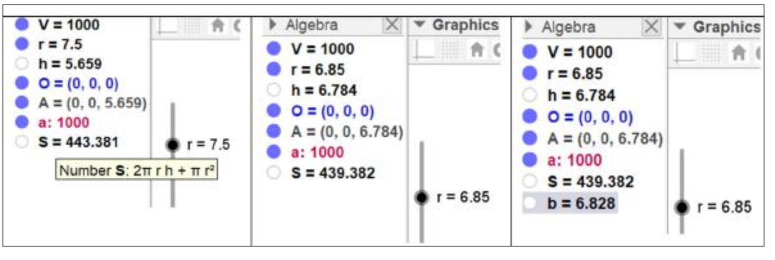


Фигура 4. Проучване на помощния файл

В двумерния графичен прозорец виждаме два вертикални плъзгача и един кръг, за който следва да очакваме, че е основата на цилиндъра. Единият плъзгач е за обема V на цилиндъра и е поставен в положение $V = 1000$, което е еквивалентът в кубически сантиметри на обем от един литър. При решаването на тази задача обемът няма да се мени и точката върху плъзгача за V ще стои неподвижна. Вторият плъзгач е за радиуса r на основата на цилиндъра. Като местим точката на този плъзгач „нагоре-надолу“, се променя стойността на радиуса *r*. При нарастване на *r* кръгът в двумерния графичен прозорец също нараства. Едновременно с това се мени и цилиндърът в тримерния графичен прозорец. Радиусът на основата му расте, но неговата височина намалява, при това по такъв начин, че обемът му остава постоянен *a:* 1000. Причината за това поведение е лесна за откриване. Задържаме показалеца на мишката върху буквата *h* в алгебричния прозорец на файла. Появява се надпис $\text{Number h}: \dfrac{V}{\pi r^2}$. Следователно при зададено *r* височината се определя така, че обемът да е винаги един и същ – V.

Казаното дотук ни позволява да гледаме на помощния като на инструмент за построяване на всички възможни цилиндри с обем $1000\,\text{cm}^3$. Сред тях ще търсим цилиндър, за който сумата от околната повърхнина $2\pi rh$ и лицето на основата πr^2 е възможно най-малка. За целта добавяме в помощния файл още една команда:

$S = 2\pi rh + \pi r\,\hat{}\,2$, която „казва“ на *GeoGebra* при зададено r да пресметне числото $S = 2\pi rh + \pi r^2$. След изпълнениетов алгебричния прозорец се появява стойността на търсената повърхнина *S* (фиг. 5).

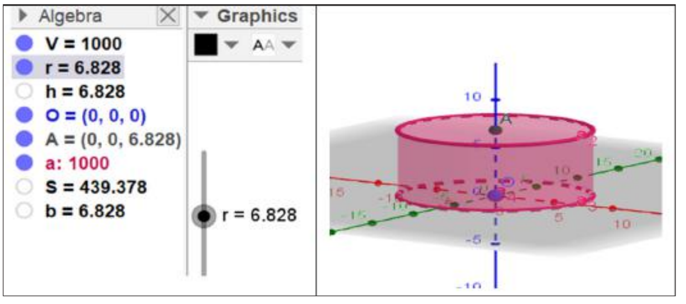


Фигура 5. Допълване на помощния файл

При $r = 7{,}5$ тя е $S = 443{,}381$. С местене на точката върху плъзгача за r подбираме такова положение, при което *S* има минимална стойност. Резултат от такова ръчно търсене е $S = 439{,}382$, получен при $r = 6{,}85$.

За по-точно намиране на радиуса на оптималния цилиндър можем да използваме командата $\text{Minimize}(<\text{Dependent number}>,\ <\text{Free Number}>)$ за намиране на минимална стойност на величина (като например *S*), която се изменя, когато „свободната“ променлива *r* приема различни стойности. В нашия случай командата изглежда така: $\text{Minimize}(\text{S, r})$. Изпълнението на командата добавя един нов ред в алгебричния прозорец за числото $b = 6{,}828$.

То е радиусът на цилиндъра с минимална стойност на S. Ако сега в командния ред напишем и изпълним командата $r = b$ (при което стойността на r в помощния файл става равна на b = 6,828), получаваме $S = 439,378$. Самият оптимален цилиндър е изобразен на фиг. 6.



Фиура 6. Представяне на решението

Интересното при него е, че радиусът на основата $r = 6,828$ е равен на височината $h = 6,828$. За диаметъра на основата получаваме $13,656$. Като отговор следва да запишем числото $13,66$.

Задачата допуска, разбира се, и чисто математическо решение. Като имаме предвид, че $h = \frac{V}{\pi r^2}$, за повърхнината S на цилиндъра получаваме $S = 2\pi rh + \pi r^2 = \frac{2V}{r} + \pi r^2$. Със средствата на математическия анализ се установява, че функцията $S = \frac{2V}{r} + \pi r^2$ има минимум, който се достига, когато производната ѝ е равна на нула. Това става при $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. Като поставим тази стойност на r във формулата за S, получаваме, че търсената минимална стойност на S е $3\sqrt[3]{\pi V^2}$.

До същия извод може да се стигне и без използване на производни на функция. Достатъчно е да забележим, че е в сила тъждеството

$$2V + \pi r^3 - 3\sqrt[3]{\pi V^2}\, r = \left(r - \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}\right)^2 \left(\pi r + 2\sqrt[3]{\pi^2 V}\right),$$

което се доказва с непосредствена проверка. При $r \geq 0$ изразът в дясната част е неотрицателен и става нула само за $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. Следователно е в сила неравенството $2V+\pi r^3-3\sqrt[3]{\pi V^2}\,r\ge 0$, като равенство имаме само при $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. От тук следва, че при $r>0$ е изпълнено неравенството $S=\dfrac{2V}{r}+\pi r^2\ge 3\sqrt[3]{\pi V^2}$, като равенство в него се достига само за $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Двете предложени математически решения са разбираеми и естествени предимно за ученици в последните класове в гимназията, при това едва ли за всички. Решението с помощта на системата *GeoGebra*, което е със задоволителна (от практическа гледна точка) точност, е достъпно за ученици от VII – VIII клас. Това не се отнася само за тази задача. Една от целите на състезанието „VIVA Математика с компютър“ е да покаже, че с помощта на системата *GeoGebra* (или на друга система с подобни функционалности) е възможно значително да се разшири кръгът от задачи с практическа насоченост, които могат да се разглеждат и успешно решават още в училище. Така учениците ще се убедят, че изучаваната от тях математика е полезна, а едновременно с това ще се научат и да прилагат математическите си знания. Поредица от други задачи с подобна насоченост могат да се намерят в (Kenderov & Chehlarova, 2015a), (Kenderov & Chehlarova, 2018), (Kenderov, 2018).

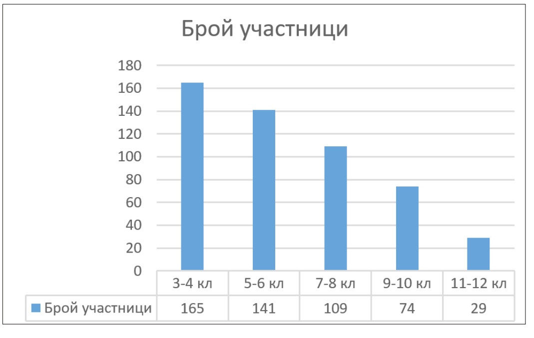
Във връзка с разглежданата тук задача е уместно да се спомене още една роля на компютърното изследване и решение на задачата. При второто математическо решение използвахме „наготово“ тъждество, от което решението на задачата следваше почти тривиално. Въпросът е как се досетихме, че е в сила тъкмо това тъждество? Ето една поредица от евристични съображения, които могат да ни доведат по естествен начин до това тъждество, като се възползваме от емпирично установения с помощта на *GeoGebra* факт, че радиусът на оптималния цилиндър е равен на височината му. Да означим с S^* най-малката стойност на функцията $S(r)=\dfrac{2V}{r}+\pi r^2$ при $r>0$ и с r^* – стойността на r, за която тази най-малка стойност се достига: $S^*=S(r^*)$. Тогава при всяко $r>0$ са изпълнени неравенствата $\dfrac{2V}{r}+\pi r^2\ge S^*$ и $2V+\pi r^3-rS^*\ge 0$, като равенството се достига при $r=r^*$. Това би могло да се случи, ако за многочлена от 3-та степен вляво е в сила представянето $2V+\pi r^3-rS^*=\left(r-r^*\right)^2\left(\alpha r+\beta\right)$, където α и β са такива неизвестни засега числа, че $\alpha r+\beta\ge 0$ за всяко $r>0$. Сравняването на коефициентите пред еднаквите степени на r от двете страни на това равенство води до система от 4 уравнения с 4 неизвестни – S^*, r^*, α и β. Например от сравняването на коефициентите пред r^3 следва, че $\alpha=\pi$.

Решаването на тази система невинаги е лесно, но в нашия случай можем да си помогнем с предположението, че радиусът r^* на оптималния цилиндър е равен на височината му: $r^* = h^* = \dfrac{V}{\pi r^{*2}}$. Т. е. $r^{*3} = \dfrac{V}{\pi}$ или $r^* = \sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. Тогава $S^* = S\left(r^*\right) = \dfrac{2V}{r^*} + \pi r^{*2} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}$. Сравняването на свободните членове от двете страни на уравнението води до равенството $\beta r^{*2} = 2V$, откъдето следва, че $\beta = 2\sqrt[3]{V\pi^2}$. Тъй като тези разсъждения нямат доказателствена сила, е целесъобразно да се провери (с разкриване на скобите в дясната част на равенството) дали наистина имаме тъждество.

Ще обърнем внимание, че в *GeoGebra* се използва десетична точка при запис на десетична дроб, а по стандарт в България се използва десетична запетая. Считаме, че учениците трябва да познават и двата начина за записване на десетична дроб. При записване на десетична дроб в полето за свободен отговор в работния лист на състезателната тема може да се използва както десетична точка, така и десетична запетая.

2. Някои резултати от онлайн състезанието „VIVA математика с компютър“, проведено на 25 април 2020 година

За разпространение на информация за датата на състезанието бе използвана социалната мрежа *Facebook*. Съобщение бе изпратено и чрез Viva Cognita. Участваха 518 ученици, разпределението на които по групи е представено на фиг. 7.



Фигура 7. Брой участници в състезанието „VIVA Математика с компютър“, проведено на 25.04.2020

В таблица 1 е показан максималният брой точки A_k, които се дават за точно решение на задача k. Максималният възможен резултат за всеки участник е $A = 50$ точки. Тази таблица е в сила за всичките 5 групи в състезанието.

Таблица 1

k	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	A
A_k	3	3	3	5	5	5	5	5	8	8	50

Всеки участник получава числена оценка a_{jk} за решението на всяка задача от теста, където *j* е номерът на участника, а *k* е номерът на задачата. Индексът на трудност (таблица 2) се изчислява по формулата $P_k^i = \dfrac{\sum_{j=1}^{m_i} a_{jk}}{A_k m_i}.100$, където m_i е броят на участниците в група *i*. Общо количество на участниците в състезанието е $m = \sum_{i=1}^{5} m_i$.

Таблица 2. Индекс на трудност на задачите

Задача / Група	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
III – IV кл.	60	58	91	66	49	86	79	68	85	75
V – VI кл.	65	64	91	55	64	86	74	61	43	5
VII – VIII кл.	84	57	88	64	26	80	6	6	3	9
IX – X кл.	82	60	52	37	50	71	5	5	8	19
XI – XII кл.	90	71	61	46	56	66	21	14	10	19

Най-голям е индексът на трудност (т.е. с решаването на тези задачи са се справили голям процент от участниците) на изчислителните задачи, за решаването на някои от които е достатъчно да се използва калкулатор или директно предоставен файл. Най-малък е индексът на трудност на задачите, за които се изисква допълнително построение, извършване на изследване, критичност на мисленето.

В таблица 3 е дадена информация за вида на отговора на всяка от задачите, като се използват означенията: *r* (radio button) за задача с избираем отговор, от които точно един е верен; *c* (check box) за задача с избираем отговор без фиксиране броя на верните отговори; *n* (numerical) за свободен отговор. Свободният отговор е число, при необходимост е посочено с каква точност да бъде записано.

Таблица 3. Вид на отговорите

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
III – IV кл.	*r*	*r*	*r*	*n*	*n*	*c*	*n*	*n*	*c*	*c*
V – VI кл.	*r*	*r*	*r*	*n*	*n*	*c*	*n*	*n*	*n*	*n*

VII – VIII кл.	*r*	*n*	*r*	*n*	*n*	*c*	*n*	*n*	*n*	*n*
IX – X кл.	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*	*c*	*n*	*n*	*n*	*n*
XI – XII кл.	*r*	*n*	*n*	*n*	*n*	*c*	*n*	*n*	*n*	*n*

Индекса на трудност на задачите с определен вид отговори намираме като средно аритметично от индексите на трудност на всички задачи от този вид за дадена група. Таблица 4 съдържа информация за степента на трудност според вида на отговора на задачите.

Таблица 4. Коефициент на трудност на задачите според вида на отговора

	r	**n**	**c**
III – IV кл.	70	82	66
V – VI кл.	73	86	50
VII – VIII кл.	86	80	24
IX – X кл.		71	35
XI – XII кл.	90	66	37

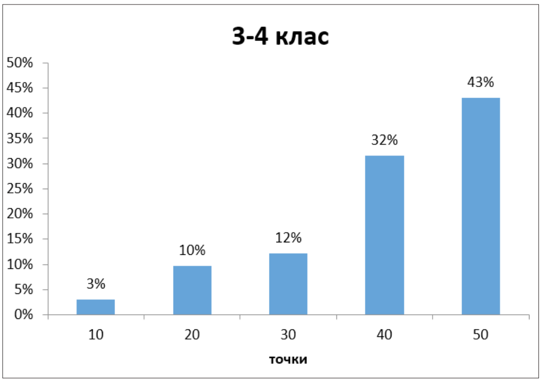
Най-слаба е успеваемостта по задачите със свободен отговор. За двата вида задачи с избираеми отговори резултатите се доближават. Ще отбележим, че за част от задачите от тип „r“ избираемите отговори изчерпват възможностите, както е в илюстрираця пример, т.е. не се улеснява решаването на задачата, а само записът на отговора. Обикновено задачите от тип r са по-лесни от останалите.

Средното време за решаване на теста за учениците от VII – X клас доближава максималното, което се предоставя (таблица 5). При първо участие преобладават участниците, които не приключват работа преди изтичане на времето. Тогава системата спира да приема отговори след 60-ата минута. Участниците дори с еднократен опит от участие се съобразяват с факта, че класирането при равен брой точки е според времето за работа, и използват бутона за изпращане на отговорите.

Таблица 5. Средно време за решаване

група	**Време (мин:сек)**
III – IV кл.	37:22
V – VI кл.	49:21
VII – VIII кл.	51:52
IX – X кл.	54:28
XI – XII кл.	52:04

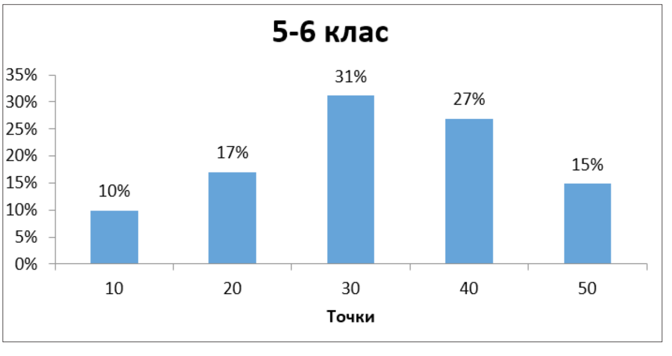
Следващите хистограми показват разпределението на учениците в дадена група според получения от тях общ брой точки (разделянето е до 10 точки, между 11 и 20 точки, от 21 до 30 точки, от 31 до 40 точки и от 41 до 50 точки).



Фигура 8. Разпределение по общ резултат на III – IV клас

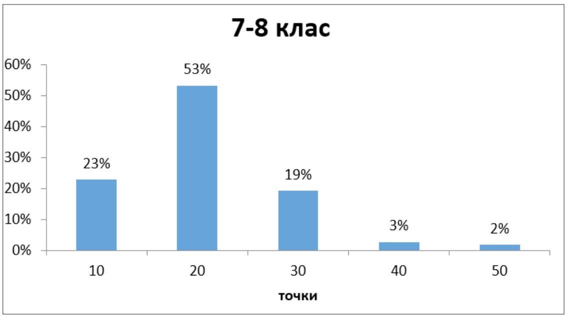
Известно е, че участниците от групата III – IV клас в голяма степен си осигуряват помощ от родител/приятел. Това е една от причините както за високите резултати (фиг. 8), така и за по-малкото средно време за работа в сравнение с останалите групи. Умението за търсене и получаване на помощ от експерт трябва да се формира целенасочено и една стъпка в тази посока се прави чрез това състезание. Оказването на подкрепа при реализиране на различни дейности по участие в състезанието (регистриране, влизане в работния лист, решаване на задачите, осигуряване на условия за ползване на помощните файлове, попълване на отговорите, изпращане на отговорите) е добра възможност на родителите за извършване на съвместна учебна работа с децата си. Освен това се повишава дигиталната компетентност и на децата, и на родителите.

Традиционно резултатите на участниците в групата V – VI клас са много добри (фиг. 9). Награди получават първите трима в класирането. В случая те са постигнали съответно по 49 и 48 точки и се открояват от следващите, които са с по 42 или по-малко получени точки.



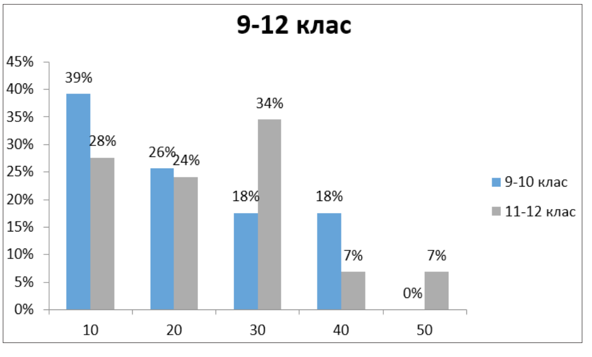
Фигура 9. Разпределение по общ резултат на V – VI клас

Слаби са резултатите в групата на VII – VIII клас (фиг. 10). Получилите награди са постигнали съответно 50, 42 и 37 точки, но голяма част от участниците от тази група не са се справили с решаването на последните четири задачи с исканата точност.



Фигура 10. Разпределение по общ резултат на VII – VIII клас

И за участниците от IX – XII клас последните четири задачи са били предизвикателство, част от което е четенето на текст с разбиране (фиг. 11). Специално внимание ще отделим в следващ материал на една от грешките при решаването на задача 8, която е свързана с критичност на мисленето при търсене на информация в интернет.



Фигура 11. Разпределение по общ резултат на IX – XII клас

Обикновено след едно или две участия учениците подобряват точността на отговорите и решават задачите за по-кратко време.

Заключение

Считаме, че чрез провеждането на състезанието и чрез споделянето след приключването му на ресурси за подготовка – теми, решения, видеоматериали, се постигат набелязаните цели. За подготовка за участие в следващи издания на състезанието могат да се използват и ресурси от Виртуалния училищен кабинет по математика[3)] (Chehlarova at all., 2014), както и (Kenderov, Chehlarova & Sendova, 2015), (Kenderov & Chehlarova, 2016), (Kenderov & Chehlarova, 2020a), (Kenderov & Chehlarova, 2020b), (Chehlarova & Kenderov, 2020). Те са подходящи и за организиране на задължителното и избираемото обучение по математика.

Благодарности. Написването на настоящата статия стана възможно благодарение на подкрепата на Национална научна програма „Информационни и комуникационни технологии за единен цифров пазар в науката, образованието и сигурността (ИКТвНОС)“, финансирана от МОН.

БЕЛЕЖКИ

1. http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyu er=201
2. http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=199
3. www.cabinet.bg

ЛИТЕРАТУРА

Кендеров, П. & Чехларова, Т. (2014). *Състезанието „Viva Математика с компютър“ и ролята му за развитие на дигиталната компетентност на учениците.* МАТТЕХ, Шумен: ШУ, 3 – 10.

Кендеров, П. & Чехларова, Т. (2016). *Състезание „Математика с компютър“ и изследователски подход в образованието по математика.* Пловдив: Макрос 2000.

Кендеров, П. & Чехларова, Т. (2018). *Оптимални конични съдове – изследвания с динамични конструкции.* Пловдив: Макрос 2000.

Кендеров, П. & Чехларова, Т. (2020a). *Подготовка за състезания по математика с компютър в IX – X клас*. Регалия 6.

Кендеров, П. & Чехларова, Т. (2020b). Използване на помощните файлове в онлайн състезанието „VIVA Математика с компютър“. *Математика и математическо образование,* СМБ.

Чехларова, Т. & Кендеров, П. (2020). *Подготовка за състезания по математика с компютър в V – VI клас.* София: Регалия 6.

REFERENCES

Branzov, T. (2015). Viva cognita: virtual community software and e-learning software as a framework for building knowledge sharing platform, in UNESCO International Workshop: Quality of Education and Challenges in a

Digitally Networked World, eds Kovatcheva, E. and Sendova, E., *Za Bukvite, O'Pismeneh,* Sofia, 75 – 81.

Chehlarova, T., Gachev, G., Kenderov, P. & E. Sendova. (2014). A Virtual School Mathematics Laboratory. (pp. 146 – 151). In: *V-th National Conference on e-Learning.* Ruse: University of Ruse.

Gachev, G. (2015). Online system for assessing of mathematical knowledge, in UNESCO International Workshop: Quality of Education and Challenges in a Digitally Networked World, eds Kovatcheva, E. and Sendova, E., *Za Bukvite, O'Pismeneh*, Sofia, pp. 117 – 122.

Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. & Lavicza, Z. (2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: the Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135 – 146.

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2015a) Extending the Class of Mathematical Problems Solvable in School. *Serdica J. Computing* 9, 3 – 4 (2015), 191 – 206.

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2015b). Mathematics with a computer – a contest enhancing the digital and mathematical competences of the students. In: UNESCO International Workshop: Quality of Education and Challenges in a Digitally Networked World (eds E. Kovatcheva, E. Sendova*), Za Bukvite, O'Pismeneh*, Sofia, 50 – 62.

Kenderov, P., Chehlarova, T. & Sendova. E. (2015). A mathematical theme of the month – a web-based platform for developing multiple key competences in exploratory style. *Mathematics Today*, 51, 6, 305 – 309.

Kenderov. P. (2018). Powering Knowledge Versus Pouring Facts. In: Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. (eds G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, B. Xu) *ICME-13 Monographs*, Cham, Springer, 289 – 306.

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2014). *The Competition "Viva Mathematics with Computer" and Its Role for Developing School Students' Digital Competence.* MATTEX, Shumen: ShU, 3 – 10. [In Bulgarian].

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2016). *Mathematics with Computer Contest and the Inquiry Based Mathematics Education*. Plovdiv: Makros 2000. [In Bulgarian].

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2018). *Optimal Conic Bodies (Studies Through Dynamic Software Systems).* Plovdiv: Makros 2000. [In Bulgarian].

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2020a). *Preparation for Competitions in Mathematics with Computer at 9th and 10th grade.* Sofia: Regalia 6. [In Bulgarian].

Kenderov, P. & Chehlarova, T. (2020b). The Use of Auxiliary Files in the Online Competition "Viva Mathematics With A Computer". *Mathematics and Education in Mathematics,* Union of Bulgarian Mathematicians. [In Bulgarian].

Chehlarova, T. & Kenderov, P. (2020). *Preparation For Competitions in Mathematics with Computer at 5th and 6th grade.* Sofia: Regalia 6. [In Bulgarian].

ONLINE COMPETITION "VIVA MATHEMATICS WITH COMPUTER"

Abstract. The characteristic features of the online competition "VIVA Mathematics with Computer", organized by the Institute of Mathematics and Informatics of the Bulgarian Academy of Sciences, the Union of Mathematicians in Bulgaria and the telecommunications company VIVACOM are described. The tasks are classified according to the type of their answers. The GeoGebra help-files accompanying some of the tasks are discussed as tools for simultaneous development of students' digital and mathematical competence. An analysis of the results of the competition, held on April 25, 2020, is presented.

Keywords: online competition; digital competence; mathematical competence; Covid-19; GeoGebra; PISA

Prof. Petar Kenderov, DSc.
Bulgarian Academy of Sciences
Sofia, Bulgaria
E-mail: kenderovp@cc.bas.bg

Prof. Dr. Toni Chehlarova
Institute of Mathematics and Informatics
Bulgarian Academy of Sciences
Sofia, Bulgaria
E-mail: toni.chehlarova@math.bas.bg

Dr. Georgi Gachev
Institute of Mathematics and Informatics
Bulgarian Academy of Sciences
Sofia, Bulgaria
E-mail: gachev@math.bas.bg