

20 години Педагогически факултет, Тракийски университет – Стара Загора  
20 Years of the Faculty of Education, Thrakia University – Stara Zagora

<https://doi.org/10.53656/ped2023-3s.06>

## АСПЕКТИ НА ИНТЕГРАЛНОСТ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И НАЧАЛНОТО ОБРАЗОВАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, СВЪРЗАНИ С НЯКОИ ЕЛЕМЕНТИ НА ГЕОМЕТРИЯТА

Доц. д-р Мария Темникова  
Тракийски университет – Стара Загора

**Резюме.** Един от образователните модели, прилаган в повечето страни, има за цел да се преподава чрез използването на някои връзки между природни науки, математика, технологии и инженерство началното, средното, гимназиалното и висшето образование.

Използването му в детската градина и началното училище има за цел да се създадат условия децата от предучилищната и началната училищна възраст да участват активно в процеса на обучение по математика. В рамките на тази визия е важно преподаването на математика да ги ангажира освен с решаване на задачи, чрез които се развива мисленето, при разсъжденията им да се формират умения за решаване на проблеми и да се осъзнае приложимостта на математиката. В статията се систематизират теоретични постановки относно аспекти на интегралността в образованието и се разглеждат методически варианти на работа, свързани с някои елементи от геометрията, в предучилищното образование и в началния етап на основната образователна степен.

*Ключови думи:* обучение по математика; методическа система на работа

На съвременния етап се наблюдават промени в икономиката и изискванията на реалния свят, които водят до нужда от STEM работници и оттам до необходимост от STEM образование, учители и учаци. През последните години в редица страни в Америка, Европа, Азия и Австралия, включително и в Република България, във фокуса на много учебни програми е STEM образованието. Това налага актуализиране на парадигмата на педагогическото взаимодействие по математика в I – IV група на детската градина и на обучението по математика в началния етап на основната образователна степен.

**Цел** на изследователската работа е да се проучат и систематизират теоретични постановки в българската и чуждестранната педагогическа литература,

свързани със STEM образованието, и да се изгради методическа система на работа по математика, която се прилага в STEM предучилищен и начален етап на образование.

В най-простата си форма STEM е акроним за четирите независими дисциплини наука, технологии, инженерство и математика.

Според Bybee (Bydee 2013) и Larson (Larson 2017) „винаги когато се преподава една от отделните дисциплини математика, природни науки, инженерство или технологии, се преподава STEM“. Larson (Larson, 2017) подчертава, че когато се „включва математиката като част от STEM, е важно да се гарантира, че е в съответствие със стандартите за целевото(ите) ниво(а) по отношение на съдържанието, както и нивото и вида на необходимото мислене“ на обучаемите.

В резултат от изследване, проведено в Индонезия, се установява, че „в училищата, където се прилага STEM, се постигат по-високи резултати по геометрия, задачи от теория на вероятностите и решаване на проблеми, отколкото тези училища, които не са STEM“ (Han, Rosli, Mary, Capraro 2016, pp. 3 – 29). Това показва, че STEM е подходящ за приложение при по-голямата част от изучавания математически материал.

Един от подходите за разработване на STEM програми според Репин (Repin 2017, pp. 76 – 82) е разширяване на учебния опит в избрани STEM предмети, като се използва проблемноориентирано обучение. Изследователската работа се опира на този подход при разработване на методическата система на работа по математика за I – IV група на детската градина и началния етап на основната образователна степен.

Teevasuthonsakul, Yuvanatheeme, Sriput и Suwandecha в описание на проектирани и приложени от тях STEM дейности отбелязват, че „задачите трябва да са базирани върху проблемна ситуация с условия и ограничения и ясно да са идентифицирани целите на дейността по STEM“ (Teevasuthonsakul, Yuvanatheeme, Sriput, Suwandecha 2017). Ето защо е важно да се развиват уменията у децата за решаване на математически проблеми „чрез прилагане на комплексно мислене и системна информираност“ (Abdullah, Halim, Zakaria 2014).

Едно от предимствата на STEM е повишаване мотивацията на децата за усвояване на математически знания и умения и стимулиране на интереса им към науката математика. Berland (Berland 2013, pp. 21 – 31) предлага „принципи, базирани на мотивиране на учениците чрез различни процеси на ангажиране в STEM дейности“. Той описва четири условия за проектиране на технологични дейности за преподаване на математика, които са валидни и за предучилищното образование, и за началния етап на основната образователна степен. Мотивиране на: „продължителна ангажираност чрез проектиране на проблем от учителя, така че дизайнът на дейността да насърчава ангажира-

ността на учениците от началото на математическите занимания до края им; целевото мислене чрез поставяне на преден план, така че учениците да бъдат когнитивно ангажирани с целевите математически идеи; обобщението чрез превръщане на процеса в продукт, който позволява да се мисли по-задълбочено математически, за да може да се опише общото като аспекти на ситуациите; обяснение на дейностите – осигурява се необходимост учениците да обяснят как мислят“ (Daher, Shahbari 2020, pp. 112 – 113).

Тази водеща постановка за *дизайна на дейността, когнитивното ангажиране на учениците, превръщането на процеса в продукт и обяснението на дейностите* е в основата на изследователската работа.

Много изследвания установяват, че традиционната дидактична форма на работа „води до запаметяване на фактическа информация, но често не успява да предизвика разбиране за смисъла на обучението“ (Loverude, Kautz, Heron 2002, pp. 137 – 148; Doncheva 2015, pp. 83 – 87; Wright et al. 1998, pp. 986 – 992). Пълноценно обучение има, когато „децата правят връзки между предходни знания и нови преживявания и умения в контекста на реалния свят“ (Wang, Moore, Roehrig, Park 2011). Това обучение се реализира в STEM образованието по математика.

Една от основните особености на STEM са практическите съвместни дейности в екип, при които децата манипулират с различни обекти и се учат от собствения си опит и допуснати грешки. В резултат от проведено изследване Fadzil и Saat (Fadzil, Saat 2014, pp. 209 – 218) стигат до извода, че „практиката на усъвършенстването на манипулативните умения и изграждането им като елемент на компетентността на учениците подобрява STEM образованието в Малайзия“. Средите за активно обучение могат да имат много различни атрибути, но те обикновено се характеризират с това, че учениците „физически манипулират с обекти, изграждат нови идеи и обсъждат идеи с другите“ (Rau et al. 2017, pp. 1406 – 1414) за разлика от учениците, които седят, слушат и участват в традиционното обучение“ (Reynders, Lantz, Ruder, Stanford, Cole 2020). В настоящата изследователска работа се поставя акцент върху решаването на задачи по математика, при които децата извършват практически дейности.

Много са предимствата на STEM образованието. Според Morrison (Morrison 2006), Stohlmann, Moore и Roehrig (Stohlmann, Moore, Roehrig 2012, pp. 28 – 34) „ангажирането в STEM дейности има различни ефекти относно обучаемите: развиват се уменията им да решават проблеми чрез усвояване на знания и умения за идентифициране на въпроси и проблеми в житейски ситуации (Vubee 2013), самостоятелността и логическото им мислене.

Въз основа на същността, предимствата и резултатите, които се постигат при STEM образованието, на сегашния етап е наложително по-широкото му изследване и прилагане в предучилищния и началния етап на образование.

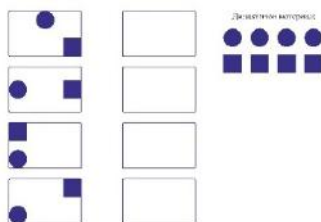
Започвайки от тези образователни степени, у децата се изграждат знания, умения, компетенции и компетентности, които се развиват в следващите етапи на обучение по математика.

В изследователската работа за STEM педагогическо взаимодействие по математика в детската градина и за обучението по математика в I – IV клас се разработи методическа система на работа със задачи, при които на децата се предлагат задачи, създаващи условия за работа с елементи от геометрията, като те анализират, оценяват, планират и извършват творчески практически дейности.

При прилагането ѝ за STEM образование по математика водещо е: в обучението по математика се поставят допълнителни цели, които не противоречат на нормативните документи, определящи очакваните резултати от предучилищното и началното образование; определянето в кои обучаващи педагогически ситуации в детската градина и уроци по математика в I – IV клас е целесъобразно да се приложи; включването на учителите в проектиране и промяна на дизайна на гъвкавото образователно пространство, подготвянето на необходимите индивидуални и за учителя дидактически средства; мотивирането на децата от предучилищната и началната училищна възраст за работа, като са изяснени дизайнът на дейността, когнитивното им ангажиране, превръщането на процеса в продукт и обяснението на дейностите; преодоляването на някои елементи на традиционното обучение, свързано с теоретично представяне на учебното съдържание, като се решават математически задачи чрез провеждане на екипни продуктивно-творчески практически дейности, изграждането на идеи от децата и реализирането им на практика; обсъждането и оценяването на резултатите; осигуряване на условия за саморефлексия на обучаемите.

В изложението по-долу от разработената методическата система на работа се представят част от задачите, свързани с някои елементи на геометрията.

**Задача за III и IV група на детската градина:** *Поставете кръга и квадрата в празните правоъгълници, като ги разположите по същия начин като в правоъгълника вляво.*



Фигура 1

**Дизайн на дейността:** На всеки екип се раздава подготвен работен лист със задачата, дидактичен материал – 4 кръга и 4 квадрата.

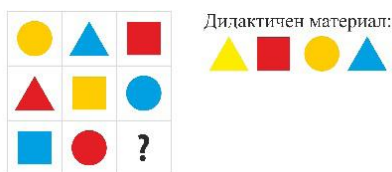
Преди навлизане в същността на задачата учителят прави задача с подобна структура. Той разполага с 2 правоъгълника, 2 триъгълника и 2 кръга. Чрез метода демонстрация нарежда на демонстрационното табло 1 правоъгълник, в който са разположени триъгълник и квадрат. Учителят прилага метода проблемно търсеща (евристична) беседа и с децата определя как да се поставят в десния правоъгълник триъгълникът и квадратът, така че местоположението им да е едно и също като на фигурите вляво.

След този етап следва **когнитивно ангажиране:** децата наблюдават и анализират в мисловен план местоположението на квадрата и кръга и взаимното им разположение във всеки един от правоъгълниците вляво. Определят къде са разположени – горе, долу, вдясно, вляво или в средата. Мислено планират как да подредят фигурите в дясната колона, като изграждат евристичен план на решение.

**Превръщане на процеса в продукт:** при самостоятелната екипна практическа работа децата физически манипулират с осигурения дидактичен материал. Подреждат фигурите в дясната колона.

**Обяснение на дейностите:** мотивирано обсъждане, при което децата обясняват по какъв начин са подредили геометричните фигури. Осигуряват се условия за саморефлексия.

**Задача за I клас:** *Разгледайте фигурите на всеки ред от конструкцията по-долу. Определете признака, по който са подредени. Открийте липсващата фигура и я поставете.*



Фигура 2

**Дизайн на дейността:** на всеки екип се раздава: работен лист със задачата, дидактичен материал – червен квадрат, жълт триъгълник, жълто кръгче, син триъгълник.

Чрез евристична беседа с учениците се обсъжда кои са геометричните фигури на първи и втори ред, как се променят положението и цветът им.

**Когнитивно ангажиране:** учениците анализират информацията в дадената конструкция. Групово проучват заложения проблем в задачата. Използват всички аспекти на знанията и уменията си и осъществяват преноса им в нови

условия. Чрез сравнение в мисловен план определят, че квадратът, кръгът и триъгълникът на всеки ред са в различен цвят, на различно място и други закономерности.

**Превръщане на процеса в продукт:** при самостоятелната екипна практическа работа първокласниците физически манипулират с осигурения дидактичен материал. Поставят липсващата фигура.

**Обяснение на дейностите:** при обсъждането децата обясняват по какъв начин са подредени геометричните фигури на всеки ред и защо липсващата фигура е жълт триъгълник.

**Задача за II клас:** *Разгледайте фигурите на всеки ред от конструкцията по-долу. Определете признака, по който са подредени. Открийте липсващите фигури и ги моделирайте.*



Фигура 3

**Дизайн на дейността:** на всеки екип се раздава: работен лист със задачата, дидактичен материал – червен триъгълник и синьо кръгче; син триъгълник и червено кръгче; жълт триъгълник и синьо кръгче.

**Когнитивно ангажиране:** учениците наблюдават и оценяват всеки от редовете с фигури. Те анализират: известното – първите два реда на конструкцията; средствата за решаване; целта, ако не е достигната. В мисловен план извършват адаптивни разсъждения. Споделят идеи, изказват предположения и хипотези. При разрешаване на проблемната ситуация учащите определят каква комбинация от две фигури липсва и в какъв цвят е всяка от тях. Второкласниците установят, че в третата колона фигурите от първите две колони се комбинират, като върху първата се поставя втората и цветовете им се разменят.

**Превръщане на процеса в продукт:** извършват се продуктивно-творчески практически дейности и се моделира с индивидуалния дидактичен материал липсващата комбинация.

**Обяснение на дейностите:** учениците обясняват по какъв начин са подредени геометричните фигури на всеки ред и защо липсващата фигура е жълт триъгълник.

**Задача за III клас:** *Разгледайте фигурата. Поставете един от допълнителните малки правоъгълници на мястото на белия участък, така че фигурата да се довърши правилно.*



Фигура 4

**Дизайн на дейността:** на всеки екип се раздава: работен лист със задачата, дидактичен материал – четири малки сини правоъгълника, в които по различен начин е поставен жълт правоъгълник с различна широчина.

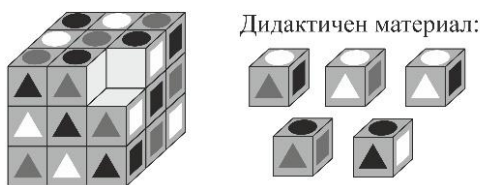
**Когнитивно ангажиране:** учениците анализират големия правоъгълник и определят: откъде е изрязан малкият правоъгълник; къде в него е разположен жълтият правоъгълник и каква е неговата широчина. При началния етап на евристичното решение те придвижват първоначалните идеи. В мисловен план третокласниците извършват допускане (предположение) и преобразуване, чрез което проверяват достоверността на допускането.

**Превръщане на процеса в продукт:** извършват продуктивно-творчески практически дейности и от индивидуалния дидактичен материал учениците поставят фигурата на нейното място.

**Обяснение на дейностите:** обсъжда се начинът на решение.

Според сега действащата учебна програма за IV клас от област на компетентност „Геометрични фигури и тела“ се изучава тялото куб. Следващата задача е свързана със знанията и уменията на учениците за него.

**Задача за IV клас:** *Разгледайте големия куб. Определете кое е особеното при построяването му. Кое от малките кубчета трябва да се постави на празното място в големия куб така, че да е завършен коректно?*



Фигура 5

**Дизайн на дейността:** на всеки един екип от четвъртокласници се раздава дидактичен материал – модел на големия куб и модели на пет малки кубчета като тези, които са дадени в задачата.

**Когнитивно ангажиране:** при решаването четвъртокласниците анализират предоставената им информация. Трансформират я в математически хипотези за разрешаване на проблема, като се активизира мисловната им дейност.



Работата започва с разглеждането на стените на големия куб, който е изграден от малки кубчета. Определят какви геометрични фигури има на стените му, по какъв начин те са разположени на редовете от малки кубчета и по какво се различава всеки ред от останалите относно цвета и подредбата им. Учениците установяват коя е липсващата фигура за всяка стена, изказват се предположения как изглежда малкото кубче. Това е в мисловен план нова схема за действие при решаване на задачата.

**Превръщане на процеса в продукт:** извършват се продуктивно-творчески практически дейности и се поставя малкото кубче.

**Обяснение на дейностите:** мотивирано се обсъжда начинът на решение. Осигуряват се условия за критичен анализ и осмисляне на избрания начин на решение.

При прилагане на методическата работа учителят използва в съчетание: компетентностния (Zeleva-Terzieva 2020, pp. 278 – 282; Neminska 2016, pp. 25877 – 25882), изследователския, интегративния, системно-дейностния и хуманно-личностния подход; репродуктивни и продуктивни методи – проблемни въпроси, евристична беседа, проблемно-търсещи и творчески упражнения, моделиране, дискусия, обсъждане, ситуационен метод и др.

### **Изводи**

Чрез задачите от методическата система на работа, описани по-горе, се съдейства за изграждане на геометричните знания, умения, компетенции и компетентности на децата от предучилищната и началната училищна възраст; развиват се вниманието, въображението, пространствените представи, логическото мислене, комуникационните и уменията им за работа в екип и сътрудничество – да изслушват, приемат и обсъждат различни становища.

Чрез разработената методическа система на работа по математика се изграждат STEM стимулираща образователна среда и условия за реализиране на иновативни педагогически практики. Подпомагат се реализирането на творческите дейности, развитието на креативното и критичното мислене, уменията на XXI век у децата от предучилищната и началната училищна възраст. Преодоляват се някои недостатъци на традиционното обучение, пасивността и стандартизираните знания, като у тях се изгражда концептуалното мислене и знания, умения да анализират проблеми и определят варианти за решаването им. Овладеват метакогнитивни подходи за осъществяване на познавателна дейност. Децата извършват екипни практически дейности, като манипулират с индивидуален дидактичен материал. Резултатите от тях са конкретни, осезаеми и затова разбираеми. Чрез използване на пробата и грешката се усвояват знания и умения за ефективно решаване на математически задачи. Обучаемите се насърчават да изследват, и се стимулира тяхна-



та активност. У тях се изгражда мотивация чрез манипулативна практическа дейност да се достигне до крайния продукт и да изпитат удовлетворение от инженеринговата дейност.

## REFERENCES

- ABDULLAH, N.; HALIM, L. & ZAKARIA, E., 2014. Vstops: A Thinking Strategy and Visual Representation Approach in Mathematical Word Problem Solving toward Enhancing STEM Literacy. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, vol. 10, no. 3, [viewed 14 June 2022]. Available from: DOI: 10.12973/eurasia.2014.1073a.
- BERLAND, L. K., 2013. Designing for STEM integration. *Journal of Pre-College Engineering Education Research (J-PEER)* [online], vol. 3, no. 1, pp. 21 – 31. [viewed 10 June 2022]. Available from: <https://doi.org/10.7771/2157-9288.107822-31>.
- BYBEE, R. W., 2013. *The case for STEM education, challenges, and opportunities*. Arlington, VA: National Science Teachers Association Press. ISBN 978-1-936959-25-9, eISBN 978-1-938946-92-9.
- DAHER, W.; SHAHBARI, J. A., 2020. Design of STEM Activities: Experiences and Perceptions of Prospective Secondary School Teachers. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)* [online], vol. 15, no. 4, pp. 112 – 113. [viewed 6 June 2022]. Available from: <https://doi.org/10.3991/ijet.v15i04.11689>.
- DONCHEVA, J., 2021. STEALM is like part of language learning education in 6 – 7-old children. *PRIMAX*, pp. 83 – 87. ISBN 978-619-7242-91-1.
- HAN, S.; ROSLI, R.; MARY, M. & CAPRARO, R., 2016. The Effect of Science, Technology, Engineering and Mathematics (STEM) Project-Based Learning (PBL) on Students' Achievement in Four Mathematics Topics. *Journal of Turkish Science Education*, vol. 13, no. 13(special), pp. 3 – 29.
- FADZIL, H. M.; SAAT, R. M., 2014. Enhancing STEM Education during School Transition: Bridging the Gap in Science Manipulative Skills. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education* [online], vol. 10, no. 3, pp. 209 – 218. [viewed 9 June 2022]. Available from: DOI: 10.12973/eurasia.2014.1071a.
- LARSON, M., 2017. *Math education is STEM education! NCTM president's message*. [https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Matt\\_Larson/Math\\_Education-Is-STEM-Education](https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Matt_Larson/Math_Education-Is-STEM-Education).
- LOVERUDE, M. E.; KAUTZ, C. H. & HERON, P. R. L., 2002. Student understanding of the first law of thermodynamics: Relating work to

- the adiabatic compression of an ideal gas. *American Journal of Physics* [online], vol. 70, no. 2, pp. 137 – 148. [viewed 15 June 2022]. Available from: <https://doi.org/10.1119/1.1417532>.
- MORRISON, J., 2006. *TIES STEM education monograph series, Attributes of STEM education*. Baltimore, MD: TIES.
- NEMINSKA, R., 2016. Technology of competence and effects in the pedagogical process. *International Journal of Current Research*, vol. 8, no. 01, pp. 25877 – 25882.
- RAU, M. A.; KENNEDY, K.; OXTOBY, L.; BOLLON, M. & MOORE, J. W., 2017. Unpacking “Active Learning”: A Combination of Flipped Classroom and Collaboration Support Is More Effective but Collaboration Support Alone Is Not. *Journal of Chemical Education*, vol. 94, no. 10, pp. 1406 – 1414.
- REPIN, A., 2017. Aktualnost STEM-obrazovaniya v Rosii kak prioritetnogo napravlenie gosudarstvenoj politiki. *Nauchnaya idea*, vol. 1, no. 1, pp. 76 – 82.
- REYNDERS, G.; LANTZ, J.; RUDER, S.; STANFORD, C. & COLE, R., 2020. Rubrics to assess critical thinking and information processing in undergraduate STEM courses. *International Journal of STEM Education* [online], no. 7, [viewed 15 June 2022]. Available from <https://doi.org/10.1186/s40594-020-00208-5>.
- STOHLMANN, M.; MOORE, T. & ROEHRIG, G., 2012. Considerations for teaching integrated STEM education. *Journal of Pre-College Engineering Education Research*, vol. 2, No. 1, pp. 28 – 34.
- TEEVASUTHONSAKUL, C.; YUVANATHEEME, V.; SRIPUT, V. & SUWANDECHA, S., 2017. Design Steps for Physic STEM Education Learning in Secondary School. *Journal of Physics* [online], [online], [viewed 16 June 2022]. Available from <https://doi.org/10.1088/1742-6596/901/1/012118>.
- WANG, H.; MOORE, T. J.; ROEHRIG, G. H. & PARK, M. S., 2011. STEM Integration: Teacher Perceptions and Practice. *Journal of Pre-College Engineering Education Research (J-PEER)* [online], vol. 1, no. 2, [viewed 18 June 2022]. Available from <https://doi.org/10.5703/1288284314636>.
- WRIGHT, J. C.; MILLAR, S. B.; KOSCIUK, S. A., PENBERTHY, D. L.; WILLIAMS, P. H. & WAMPOLD, B. E., 1998. A novel strategy for assessing the effects of curriculum reform on student competence. *Journal of Chemical Education* [online], vol. 75, no. 8, pp. 986 – 992. [viewed 20 June 2022]. Available from: <https://doi.org/10.1021/ed075p986>.
- ZELEVA-TERZIEVA, D. 2020. Efficiency of the Model for Formation of Professional-pedagogical Competence for Sports Animation Activity, *Proceeding of CBU in Social Sciences*, 1, pp. 278 – 282.

## **ASPECTS OF INTEGRITY IN PRE-SCHOOL AND PRIMARY SCHOOL EDUCATION IN MATHEMATICS – ASPECTS RELATED TO SOME ELEMENTS OF GEOMETRY**

**Abstract.** Contemporary society is characterized by swift advances in science and technologies which leads to major changes in people's lives. The significant evolution of science, mathematics, technologies, and engineering over the recent decades has got obvious consequences for people and society as a whole. One of the educational models in most countries aims at teaching through the use of certain interconnections between natural sciences, mathematics, technologies, and engineering in primary, secondary, and highest education. In recent years this model has got an effect on the process of education in the Republic of Bulgaria and has an important role in applying innovative pedagogy practices, forming 21st-century skills in children, and facilitating their creative activities. The purpose of its application in kindergarten and primary school is to create conditions for the children of preschool and primary school age to actively participate in the process of education in mathematics. Within the frame of this vision, it is important that the process of teaching mathematics engages them not only with solving mathematical tasks thus developing students' thinking but also in the process of their reasoning to form problem-solving skills and to help the students to realize the applicability of mathematics. The article systematized theoretical concepts related to aspects of integrity in education and presents a methodology system of work with some elements from geometry in the course of mathematics in pre-school and primary school education.

*Keywords:* education in mathematics; methodology system of work

✉ **Dr. Maria Temnikova, Assoc. Prof.**

ORCID iD: 0000-0002-4259-8288

Faculty of Education

Trakia University

Stara Zagora, Bulgaria

E-mail: mariya.temnikova@trakia-uni.bg