

ОБРАЗОВАТЕЛНИ ЦЕЛИ И ТИПОВЕ АЛГОРИТМИЧНО МИСЛЕНЕ В ТЕМИ ОТ ТУРНИРА „ЧЕРНОРИЗЕЦ ХРАБЪР“ ЗА II – IV КЛАС

Борислав Лазаров

*Институт по математика и информатика
Българска академия на науките*

Резюме. В статията се прави операционализация на таксономията на алгоритмичното мислене, предложена от Вайнтроп и колеги, чрез тестови единици от турнира „Черноризец Храбър“ от състезателни теми за II – IV клас. Направен е дидактически анализ върху извадка от образователни цели, които изискват определени дейности, класифицирани като типове алгоритмично мислене в таксономията. На основата на статистическа обработка на постиженията на учениците се правят изводи за възможностите да се формират и развиват определени типове алгоритмично мислене в началната степен на основното образование. Показано е с примери как конкретни образователни цели се свързват със съответно алгоритмично мислене в различен контекст. Обосновава се ползата от ранно изграждане на алгоритмично мислене у учениците за потенциалното им реализиране в STEM професионални направления.

Ключови думи: компютърно мислене; турнир „Черноризец Храбър“; таксономия на Вайнтроп; начално математическо образование

1. Въведение

Словосъчетанието *computational thinking* е въведено от С. Пепърт (Papert 1996), на което, по наше мнение, най-близкият съдържателен превод е *алгоритмично мислене* (съкратено АМ). Понятие *computational thinking* (съответно АМ) не е еднозначно определено в литературата – отделни автори имат различни гледища по въпроса какви когнитивни процеси и произтичащи от тях дейности да бъдат отнесени към него. Не е еднозначно и съотнасянето на АМ спрямо понятия като математическа компетентност, математическо мислене, математическа грамотност. Например в (NGSS Lead States 2013) една от осемте разглеждани практики е *приложение на математиката и алгоритмичното мислене*¹, т.е. АМ е отделено от математиката. В съдържателната рамка на PISA 2021 четем: „Природата на алгоритмичното мислене

в рамките на математиката се състои в получаване и разработване на математическо познание, изразено чрез програмиране, което позволява на учениците динамично да моделират математически понятия и релации^{“2}. Тук АМ се представя като познавателен процес в рамките на математическите умения на личността. Ние приемаме, че *алгоритмичното мислене, заедно с определени дедуктивни умения, е основата, върху която се формира математическо мислене от висок порядък*.

Няма да определяме точно понятието *алгоритмично мислене*, но неформално ще се придържаме към следната **описателна дефиниция**: АМ са „мисловните процеси, включени в представянето на решения на задачи, като алгоритми или последователни изчислителни стъпки“^{“3} (Tabesh & Zarkesh 2020, p. 266). Нататък ще се опираме на таксономията, предложена от Вайнтроп и колеги (Weintrop et al. 2016), която се отнася до АМ в математиката и природните науки⁴ (съкратено таксономията ще цитираме като ТАМ). ТАМ е насочена към класификация на типовете АМ, характерни за средното училище в САЩ, но по наше мнение, тя би могла да служи като ориентир за изследвания и в началния етап на основната степен на образование, където елементи на АМ са част от образователните цели в българското училище.

2. Теоретична основа и метод на изследването

ТАМ оперира с 4 клъстера АМ, всеки от които включва описание на типове когнитивни процеси, предполагащи АМ (пълно описание е дадено в Приложение 1). За тези типове ще използваме съкращението ДАМ (дейност, в която се проявява конкретен тип АМ съгласно с ТАМ). Ето клъстерите:

- работа с данни (включва 5 ДАМ);
- моделиране и симулации (включва 5 ДАМ);
- алгоритмични практики при решаване на задачи (включва 7 ДАМ);
- системно мислене (включва 5 ДАМ).

Нашето виждане е, че ТАМ описва аналитично отделни ДАМ, т.е. клъстерите се разлистват в симплексни типове АМ. Но повечето проявления на алгоритмичното мислене имат комплексен характер. От такава гледна точка, конкретно алгоритмично мислене може да се разглежда като комплекс от симплексни типове ДАМ, т.е. може да бъде описвано чрез разлагане на последователни стъпки от ДАМ, което съответства на описателната дефиниция от въведението. Доколкото когнитивните процеси са „черна кутия“, някои типове АМ могат да се разглеждат нееднозначно в рамките на ТАМ, но даже на ниво клъстери ТАМ не работи като дизюнктно структурирана онтология, за което ще дадем примери.

Нотацията на ДАМ е дадена в Приложение 1 и следва тази от (Beheshti et al. 2017). Операционализация на някои ДАМ ще направим чрез тестови

единици (ТЕ) от две състезателни теми на турнира „Черноризец Храбър“ (Lazarov 2022), като вниманието ни ще е насочено към възрастовите групи II – IV клас. Повече за структурата и параметрите на Турнира може да се прочете в (Lazarov 2017).

За целевата група II – IV клас в учебните програми на Министерството на образованието и науката са определени специфични *образователни цели* за обучението по математика (MON 2015, pp. 41 – 43). Измежду тях са:

оц1: овладяване на алгоритми за смятане – събиране, изваждане, умножение и деление;

оц2: формиране на начални умения за измерване и чертане;

оц3: формиране на умения за описване на ситуации от реалния свят с математически модели;

оц4: формиране на интерес към математиката.

Всяка от тези цели се конкретизира в система знания, умения и отношения (ЗУН)⁵, което, съгласно с цитираната Наредба (ibid.), формира математическа компетентност за съответния етап в някаква област на математиката. Например, към **оц2** се включват следните ЗУН:

– чертане на отсечка по дадена дължина и на ъгъл по дадена градусна мярка;

– чертане на триъгълник и правоъгълник върху квадратна мрежа.

Веднага се вижда, че такива ЗУН предполагат определено ниво на АМ. В ТАМ могат да се открият съответни типове ДАМ, приложими за конкретна задача.

Схотия. Образователният процес в началния етап на основната образователна степен има интегративен характер в следния смисъл – обикновено един учител преподава български език и математика, което позволява цялостно преследване на образователните цели в двата предмета и освен това допринася за изграждане на междупредметни връзки. От тази гледна точка, темите на турнира „Черноризец Храбър“ предоставят платформа за интегриран подход в обучението по български език и математика. Например в учебната програма по български език (MON 2015, р. 7) е определена образователната цел: **оц5** формиране на умения за четене и разбиране на текстове, функциониращи в комуникативната практика, към която може да отнесем такива ЗУН (MON 2015, р. 9):

– правене на умозаключения и изводи, свързани със съдържанието, с езика и със структурата на текста;

– търсене и извличане на конкретна информация от художествен и от нехудожествен текст.

В следващите две секции, чрез *анализ на съдържанието*, ще покажем как и къде виждаме възможност потенциално да се достигат образователните цели **оц1** – **оц5** в теми от турнира „Черноризец Храбър“, разгледани в конте-

кста на ТАМ, т.е. представяме в дидактически план съотнасянето образователни цели ↔ алгоритмично мислене.

Направена е статистическа обработка на резултатите на учениците по двете състезателни теми от Турнира. На основата на **статистически анализ** се правят изводи за възможността в целевата група да се развиват определени типове АМ.

3. Темата за II клас

Състезателната тема за II клас на турнира „Черноризец Храбър“ включва 15 ТЕ, които се точкуват еднакво: по 7 точки при отбелязване на верния отговор, по 3 точки за непълнен отговор и 0 точки за грешен. Това формално означава, че са равнопоставени, но всъщност те са с различна сложност, която априорно е отчетена в мястото на тестовата единица в темата. В тази секция ще проследим какви образователни цели от изброените са имани предвид в отделни ТЕ от темата за II клас на тридесетото издание на турнира „Черноризец Храбър“, а също какво АМ се предполага за намирането на верния отговор.

ТЕ6.⁶ В понеделник костенурката извървяла 1 метър. Всеки следващ ден вървяла с един метър повече от предишния. Колко метра общо извървяла костенурката от понеделник до събота (включително) през онази седмица?

А) 6 Б) 21 В) 15 Г) 100 Д) никое от тези

Дидактически анализ. В тестовата единица се преплитат **оц1**, **оц3** и **оц5**. За решаването се очаква АМ с такива компоненти, т.е. ДАМ:

– **da2**: данните се генерират с процедура: във вторник костенурката извървяла 2 м; в сряда – 3 м; в четвъртък – 4 м; в петък – 5 м; в събота – 6 м.

– **da3**: така получените данни подлежат на обработка: общо костенурката е извървяла $1+2+3+4+5+6=21$ метра.

ТЕ7. На светофар са спрели един зад друг три камиона и два автобуса. Всеки автобус е дълъг по 12 м, всеки камион – по 7 м. Колко метра е дълга опашката, ако между всеки две съседни превозни средства има по 1 м разстояние?

А) 45 Б) 56 В) 49 Г) 47 Д) 38

Дидактически анализ. В тестовата единица се визират **оц3** и **оц5**. Тук обаче ТАМ не дава еднозначна интерпретация. От една страна, за решението се предполага ДАМ **ps1**:

– част от данните са структурирани и могат да бъдат обработвани непосредствено: на опашката камионите заемат $7+7+7=21$ м, автобусите заемат $12+12=24$ м;

– друга част от данните се извличат чрез допълнително анализиране на информацията: превозните средства са 5, значи между тях има 4 разстояния по 1 м. Общо опашката е дълга $21+24+4=49$ м.

От друга страна, тези разсъждения могат да се разглеждат през призмата на **da4**.

ТЕ8. Всеки ден Ачо яде по 4 вафлички, Бебо яде с една по-малко. За колко дни двамата ще изядат общо 21 вафлички?

А) 5 Б) 2 В) 4 Г) 3 Д) никое от тези

Дидактически анализ. В тестовата единица се визира **оц3**. Данните изискват предварителна обработка, съответно **да3**: на ден Бебо яде по 3 вафлички, значи двамата изядат общо 7. След това **ps1**: за три дни двамата общо ще изядат $7+7+7=21$ вафлички.

ТЕ11. „Стъпка“ е, когато от една пресечна точка на линиите се отива по линия в съседна такава точка. Например от **Д** до **В** има 3 стъпки надясно; от **В** до **Б** има 2 стъпки надолу. Точката **Х** първо отишла две стъпки надясно, после – една надолу, после – три наляво. В коя от точките попада?

Д				В
	Х			
Г				Б
		А		

А) Б Б) Д В) А Г) В Д) Г

Дидактически анализ. От една страна, в тестовата единица се реализира алгоритъм, което съответства напълно на описателната дефиниция. От друга страна, в ТАМ не откриваме лесно тип ДАМ, към който да отнесем таква АМ. С известно разтягане обсега на действие може да го класифицираме като **да5**, но ако приемем броенето за изчислителен процес, може да отнесем типа АМ към **ps1**. От изброените образователните цели подхождат **оц2**, **оц4** и **оц5**. Но тази ТЕ има по-далечен прицел: умението точно да се реализира алгоритъм, е основополагащо за математическото образование. Например **оц1** е изцяло насочена към изграждане на умения за прилагане на алгоритмите, реализиращи числовите операции.

ТЕ12. Една сутрин на розов храст разцъфнали два цвята. Всяка следваща сутрин разцъфтявали по два нови цвята, но всеки цвят увяхвал и се отронвал на четвъртата сутрин, след като бил разцъфнал. Колко розови цвята цъфтели на десетия ден следобед?

А) 8 Б) 10 В) 12 Г) 16 Д) никое от тези

Дидактически анализ. В тестовата единица се визират **оц1** и **оц5**. За решаването се предполагат такива ДАМ:

– **да2**: през първите 4 дни сутринта разцъфналите цветове били съответно 2, 4, 6, 8;

– **да3**: през следващите дни следобед броят им остава 8, защото всяка сутрин два цвята увяхват и два нови разцъфват.

ТЕ14. Във всяка клетка на таблицата трябва да стои някоя от буквите М, Т, Ч, Х, така че в клетки с общ връх буквите да бъдат различни. Кой букви стоят в последната колонка от горе надолу?

А) ХЧМ Б) ЧХМ В) ЧТМ Г) МХЧ Д) никое от тези

М			
Т			
Ч			

Дидактически анализ. В явен вид не се визира някоя от образователните цели **оц1** – **оц3**. По наше мнение чрез такива задачи се пре-

следва **оц4** и разбира се, **оц5**. В процедурата на решението може да определим преплитане на няколко ДАМ: **dp4**, **ps2** и **st3**. Попълването на втората колонка става последователно на задължителни стъпки:

М				М	Ч			М	Ч		
Т	Х			Т	Х			Т	Х		
Ч				Ч				Ч	М		

Вече изработената схема се прилага по аналогия за третата колонка:

М	Ч			М	Ч	М		М	Ч	М	
Т	Х	Т		Т	Х	Т		Т	Х	Т	
Ч	М			Ч	М			Ч	М	Ч	

Четвъртата колонка се попълва рекурсивно, т.е. тя е като втората.

Структура на състезателната тема. Като цяло, състезателната тема проверява алгоритмичното мислене на участниците в различен контекст: от чисто технически изчислителни умения (виж и Приложение 2), през модели на конкретни ситуации от ежедневието, до абстрактни процедури. Съответствието с образователните цели в началния етап е пълно. ТЕ са също съобразени с възрастовите характеристики, като формулировките са ясни и недвусмислени, терминологията е позната. Приведените по-горе примери илюстрират как виждаме типове АМ, операционализирани в ТЕ с избираем отговор. Спецификациите за разгледаните ТЕ са обобщени в таблица 1.

Таблица 1. Спецификации на ТЕ от темата за II клас

ТЕ3	оц1	ms2, st2
ТЕ4	оц1, оц5	ms2, st2, ps2
ТЕ7	оц1, оц3, оц5	da2, da3, ms4
ТЕ13	оц3	ps2, ps3
ТЕ14	оц4	ps2, ps3
ТЕ18	оц3, оц4	da3, da4, ps1

4. Темата за III и IV клас

Обединяването на трети и четвърти клас в една възрастова група е наложено от ресурсите, с които разполагат организаторите на турнира „Черноризец Храбър“. Такова обединяване има недостатъци, но се практикува в много състезания. Все пак, класирането е отделно за всеки от класовете. В темата за III и IV клас се включват 20 ТЕ, които се точкуват еднакво: по 7 точки при отбелязване на верния отговор, по 3 точки за непълнен отговор и 0 точки за

грешен. И в тази тема априорно се предполага, че номерът на ТЕ съответства на относителната трудност.

Извадката на тестовите единици, които ще анализираме, е направена по вкуса на автора и не отразява техни специални качества, съотнесено с останалите ТЕ в темата.

ТЕ3. Числата A и B са определени от схемата $\boxed{A} \xrightarrow{+4} \boxed{B} \xrightarrow{\times 3} \boxed{21}$. На колко е равно $A \cdot B$?

- А) 10 Б) 12 В) 30 Г) 21 Д) 15

Дидактически анализ. В тази ТЕ за **оц1** от (MON 2015, р.41) може да се конкретизира използване на връзките между компонентите на аритметичните действия за намиране на неизвестен компонент. Ясно прозира **ms2**: $B \cdot 3 = 21 \Rightarrow B = 21 : 3 = 7$; $A + 4 = B \Rightarrow A = B - 4 = 7 - 4 = 3$; $A \cdot B = 3 \cdot 7 = 21$. В някаква примитивна форма може да разпознаем и **st2**, доколкото е необходимо обръщане на посоката в зададен алгоритъм (популярен жаргонен израз е „рачешко решение“).

Към изброените спецификации (образователни цели) на всяка от следващите ТЕ по подразбиране ще добавим **оц5**.

ТЕ4. Намислих си число. Към него добавих 4. Получения сбор умножих по 3. Получих 21. Познай кое число си бях намислил.

- А) 2 Б) 4 В) 6 Г) 81 Д) никое от тези

Дидактически анализ. В тази ТЕ се повтаря процедурата от предната (ТЕ3), т.е. визиране отново **оц1**. Но тук има допълнителна стъпка: *разчитане на процедурата*, което към вече описаните в ТЕ3 ДАМ добавя **ps2**.⁷ Едно наблюдение: в (MON 2015) при ЗУН използване на връзките между компонентите на аритметичните действия за намиране на неизвестен компонент не се визуира връзка с **оц5**, но в ТЕ4 такива ЗУН пряко кореспондират с **оц5**.

ТЕ7. Скакалец скача по права линия в една посока. Всеки следващ негов скок е с 1 см по-дълъг от предишния. Накрая той бил на 21 см от началното си положение. Какво може да кажем със сигурност за дължината на последния скок на скакалеца?

- А) бил е под 5 см Б) бил е между 5 и 7 см
В) бил е между 7 и 10 см Г) бил е над 10 см Д) никое от тези

Дидактически анализ. Тестовата единица, на пръв поглед, прилича на ТЕ6 от темата за II клас. Разликата обаче е съществена – тук в описаната процедура не е зададено начално условие и за да заработи изчислителният модел, е необходимо да се изясни началната стойност, т.е. откъде трябва да започне процедурата: последният скок може да е бил 6, 8 или 11 см. Наистина, възможни са следните варианти за дължините на скоковете:

- 1, 2, 3, 4, 5, 6 см (проверка: $1+2+3+4+5+6=21$);
- 6, 7, 8 см (проверка: $6+7+8=21$);
- 10, 11 см (проверка: $10+11=21$).

Следователно за нищо от изброените А) – Г) не може да твърдим със сигурност. Затова спецификациите на **ТЕ6** (II клас) следва да допълним до {**оц1**, **оц3**, **оц5**; **да2**, **да3**, **мс4**}.

Със следващите две ТЕ ще илюстрираме типичен програмистки подход, което е свързано с АМ от най-висок порядък.

ТЕ13. По колко различни начина мога да изплатя сума от 16 стотинки, ако разполагам с една монета от 5 ст. и много на брой монети по 2 ст. и по 1 ст.?

А) 12 Б) 13 В) 14 Г) 15 Д) никое от тези

Дидактически анализ. Прилага се алгоритмична IF – THEN блок-схема: {**оц3**; **ps2**,**ps3**}

– ако използвам монетата от 5ст., то монетите по 2ст. може да са 0, 1, 2, ..., 5 – това са 6 варианта;

– ако не използвам монетата от 5ст., то монетите по 2 ст. са 0, 1, 2, ..., 8 – това са още 9 варианта.

Общо $6+9=15$ начина.

ТЕ14. Колко са трицифрените числа със сбор от цифрите 8, които имат точно две различни цифри?

А) 10 Б) 15 В) 5 Г) 21 Д) никое от тези

Дидактически анализ Прилага се *пълно изчерпване*, като спецификации-те са {**оц4**; **ps2**,**ps3**}. Сбор 8 на три едноцифрени цели неотрицателни числа може да се получи само по някой от следните начини:

– с цифрите 0, 0, 8 има 1 число (800);

– с цифрите 1, 1, 6 има 3 числа (116, 161, 611);

– с цифрите 2, 2, 4 има 3 числа (224, 242, 422);

– с цифрите 3, 3, 2 има 3 числа (233, 323, 332);

– с цифрите 4, 4, 0 има 2 числа (404, 449).

Общо 12 числа.

ТЕ18. Колко минути от 07:00 до 08:40 сутринта на циферблата на цифров часовник, показващ само часовете и минутите, стои поне една цифра 2?

А) 28 Б) 22 В) 16 Г) 10 Д) никое от тези

Дидактически анализ. За тази ТЕ може да определим **оц3** и **оц4** със сладните ДАМ:

– **ps1**, **да3** – в интервалите 7:20 – 7:30 и 8:20 – 8:30 цифрата 2 стои по 10 минути; извън тях на всеки 10 минути цифрата 2 се появява за по 1 минута;

– **да4** – общото време е $2 \cdot 10 + 8 = 28$ минути.

Структура на състезателната тема. Състезателната тема изцяло покрива **оц1** – **оц5**. Голяма част от тестовите единици са формулирани в забавен, занимателен тон. За целевата група това е обичайно. От една страна, малко по-дългите текстове създават допълнително натоварване; от друга страна, така се създава някаква интрига, която би трябвало да доведе до положителна нагласа. Откриването на верния отговор във вся-

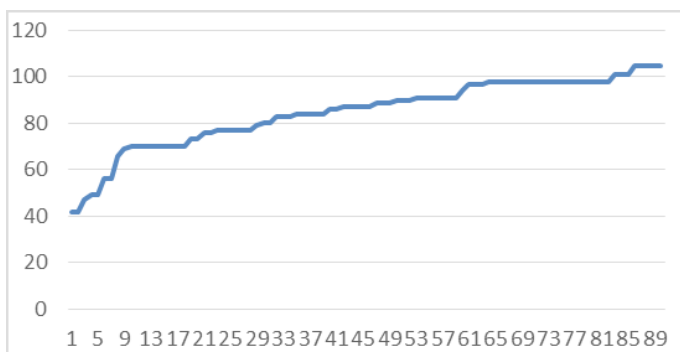
ка ТЕ изисква определен тип АМ. Спецификациите за разгледаните ТЕ са обобщени вт 2.

Таблица 2. Спецификации на ТЕ от темата за III – IV клас

TE3	оц1	ms2, st2
TE4	оц1, оц5	ms2, st2, ps2
TE7	оц1, оц3, оц5	da2, da3, ms4
TE13	оц3	ps2, ps3
TE14	оц4	ps2, ps3
TE18	оц3, оц4	da3, da4, ps1

5. Статистика

В състезанието участваха 90 второкласници, като цяло, това са изявени ученици. Фигура 1 илюстрира постиженията на учениците. Пълен брой точки са получили петима, още трима са оставили едно поле непопълнено и 19 са с 14 верни отговора и един грешен. Това означава, че 30% от второкласниците са се справили отлично. Под статистическата нула няма нито една работа (статистическа нула са 21 точки, което е математическото очакване при случайно отбелязани отговори на всички ТЕ; за сравнение – 45 точки се получават при предаване на празна бланка). Резултатите под 60 точки (7 на брой) си обясняваме с липсата на опит в работа с тест, в който грешките се наказват (например форматът на Националното външно оценяване не прави разлика между грешен и неотбелязан отговор).

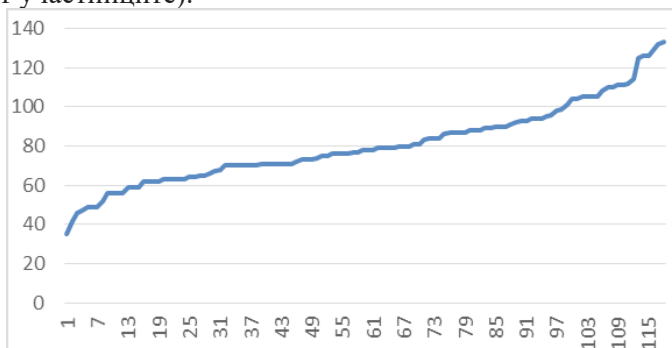


Фигура 1. Графика на вариационния ред за постиженията на второкласниците: (брой участници →); (получени точки ↑)

При регламента на Турнира статистическата нула за постиженията в III – IV клас е 28 точки, което е математическото очакване при случайно отбеляз-

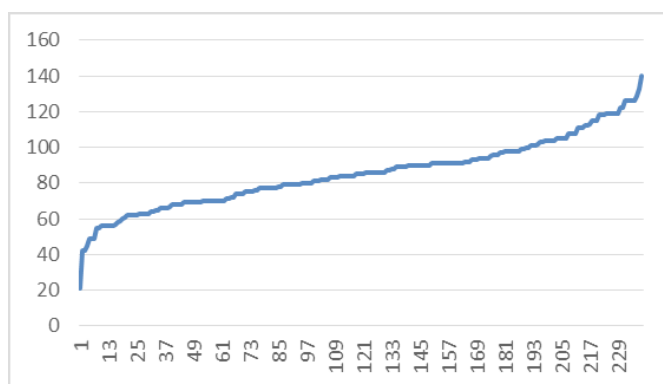
ни отговори на всички ТЕ (за сравнение: 60 точки се получават при предаване на празна бланка).

В състезанието участваха 118 третокласници с повишен интерес към математиката. Фигура 2 илюстрира техните постижения. Под статистическата нула няма нито една работа, пълен брой точки също няма. Отличен резултат приемаме за поне 18 верни отговора (90% от максимума) – такъв имат 6 ученици (5% от участниците).



Фигура 2. Графика на вариационния ред за постиженията на третокласниците: (брой участници →); (получени точки ↑)

В състезанието участваха 239 четвъртокласници, предположително с повишен интерес към математиката. Фигура 3 илюстрира техните постижения. Под статистическата нула има един резултат (21 точки), пълен брой точки – също един. И тук за отличен резултат приемаме поне 18 верни отговора – такъв имат 8 ученици (3,3% от участниците).



Фигура 3. Графика на вариационния ред за постиженията на четвъртокласниците: (брой участници →); (получени точки ↑)

6. Изводи

Целевата група на турнира „Черноризец Храбър“ са изявени ученици по математика. От структурата на състезателните теми става ясно, че за успешно представяне в състезанието освен математически ЗУН са необходими интелектуални качества от общ характер, например четене и осмисляне на текст, както и способност да се анализират и обработват данни, представени в различни формати. Приведената статистика ни убеждава, че изявените ученици, като цяло, се справят с комплексни задачи и покриват очакванията, които сме имали за нивото на АМ в съответната възрастова група.

Резултатите по темата за II клас показват, че на тази възраст могат да се положат основите за формиране и развитие на широк спектър АМ. Това наблюдение се затвърждава от резултатите в III и IV клас. Не сме проследили кои от третокласниците са участвали в състезания през предходните години (за четвъртокласниците е почти сигурно, че имат определен състезателен опит), затова не може да правим изводи за развитието на АМ у конкретни ученици.

За да се направи процесът на формиране и развитие на АМ плавен и устойчив, добре би било да се преосмислят системите от задачи в учебната литература. Като цяло, във всеки от утвърдените комплекти учебници и учебни тетрадки има задачи и задания, подпомагащи изграждането на голяма част от ДАМ, заложили в таксономията на Вайнтроп и колеги. От друга страна, развитието на учениците на тази възраст е неравномерно (фигури 1, 2, 3) и ако за най-изявените ученици отделни ДАМ са съвсем достъпни, то за други е необходим по-внимателен подбор на дидактическите ресурси. Например темите са утежнени с относително дълги словесни формулировки на ТЕ, което ги прави технически недостъпни за ученици без навици за извличане на информация от текст. Понеже форматът избираем отговор не изисква каквито и да било умения да се предава структурирана информация, веднъж осмислили съдържанието, учениците със склонност към АМ попадат в своята комфортна зона. По наше мнение, АМ може да бъде развивано и изолирано от езиковите комуникативни умения – за целите на математиката и природните науки това може да става чрез задачи, формулирани с нотацията на съответната дисциплина, различни схеми, диаграми и т.п., както при ТЕЗ от темата за III – IV клас. В Приложение 2 са дадени още такива примери.

Заклучение

Нашето изследване не е насочено към психологически въпроси от типа *как стават преходите {осмисляне → алгоритмично мислене → решение}*, ако *изобщо има такива*. Тук се фокусирахме върху една относително ограничена по обхват образователна форма – математическо състезание с избираем отговор. Тя не може да бъде изолирана от общообразователните процеси, но може да допринесе по уникален начин за изграждане на многостранно развита съвре-

менна личност. Освен това в много случаи системата за оценяване има водеща роля в образователния процес, т.е. общо формулираните образователни цели в педагогическата практика се пречупват през призмата на стандартите за оценяване. Понеже Националното външно оценяване по математика в IV клас съдържа тест с избираем отговор, математическите състезания в такъв формат имат пряко отношение към математическото образование в началния етап на основната степен.

Отдавнашни изследвания са установили, че изучаваните в училище математически методи рядко се прилагат в живота (Lave 1988). От друга страна, математическото мислене, математическата култура, математическата компетентност са всепризнат интелектуален ресурс, който дава на индивида предимства за успешна социална реализация (ЕС 2006; OECD 2018). В днешни дни професионалното образование излиза на преден план за т.нар. STEM направления.

STEM обединява механично научно-техническото направление (в средно-то и висшето образование, както и в професионалните дейности). Несъмнено за STEM образованието е необходимо развитие на АМ от висок порядък. Самата ТАМ е създадена на основата на проучвания сред STEM професионалисти, т.е. има пряко отношение към изграждане не само на интерес към точните науки и приложните технологични дисциплини у учениците, но и към формиране на ЗУН, потенциално полезни и необходими за дейностите на инженери, специалисти, изследователи в природо-научните направления.

Опитът ни да изясним структурата на състезателна тема от математическо състезание чрез ТАМ е насочен към обогатяване и подобряване на дидактическият инструментариум за постигане на образователните цели, поставени от МОН. Надяваме се такъв подход да намери своето място в педагогическата практика и научно-методическите разработки в обучението по математика в началния етап на основната степен.

Приложение 1. Таксономия на алгоритмичното мислене в математиката и природните науки

Преводът на ДАН по (Beheshti et al. 2017) е свободен, нотацията е точна.

Работа с данни (data practices):

- da1:** събиране на данни;
- da2:** създаване на данни;
- da3:** обработване на данни;
- da4:** анализиране на данни;
- da5:** онагледяване на данни.

Моделиране и симулации (modeling and simulation practices):

- ms1:** използване на изчислителни модели за осмисляне на понятия;
- ms2:** използване на изчислителни модели за намиране и проверка на решения;

- ms3:** оценка на изчислителни модели;
- ms4:** създаване на изчислителни модели;
- ms5:** конструиране на изчислителни модели.

Алгоритмични практики при решаване на задачи (computational problem solving practices):

- ps1:** подготовка на задача за числено решаване;
- ps2:** програмиране;
- ps3:** избиране на ефикасни изчислителни средства;
- ps4:** оценяване и сравняване на различни решения;
- ps5:** разработване на модулни изчислителни решения;
- ps6:** създаване на изчислителни абстракции;
- ps7:** отстраняване на грешки.

Опериране на ниво системи (systems thinking practices):

- st1:** изследване на комплексна система като цяло;
- st2:** осмисляне на отношенията в дадена система;
- st3:** мислене на нива (с категории);
- st4:** обмен на информация за дадена система: определяне на обхвата на дадена система;

Приложение 2

Предлагаме на читателя следните дидактически задачи за упражнение, а също като допълнение на разгледаните в статията тестови единици от съответните състезателни теми на турнира „Черноризец Храбър“.

Дидактическа задача 1. Съставете спецификациите {ОЦ; ДАМ} за следните ТЕ от темата за II клас:

ТЕ2. $21-20+19-18+17-16=?$

А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) никое от тези

Обосновка. $21-20=19-18=17-16=1$, значи трябва да съберем три единици.

ТЕ3. Някъде съм загубил 20 ст. и сега имам само 65 ст. Колко стотинки съм имал първоначално?

А) 70 Б) 45 В) 90 Г) 95 Д) никое от тези

Обосновка. Имал съм $65+20=85$ ст.

ТЕ5. Колко тройки трябва да съберем, за да се получи 21?

А) три Б) пет В) две Г) десет Д) никое от тези

Дидактическа задача 2. Съставете спецификациите {ОЦ; ДАМ} за следните ТЕ от темата за III – IV клас:

ТЕ2. $21-20+19-18+17-16+15-14+13-12+11-10=?$

А) 6 Б) 10 В) 21 Г) 11 Д) никое от тези

Обосновка. $21-20+19-18+17-16+15-14+13-12+11-10=(21-20)+(19-18)+(17-16)+(15-14)+(13-12)+(11-10)=1+1+1+1+1+1$.

ТЕ5. Ако на чертежа разстоянието от А до Г е 21 дм, от А до В е 15 дм и от Б до Г е 14 дм, то колко дециметра е разстоянието от Б до В?



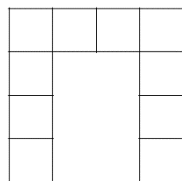
А) 9 Б) 8 В) 7 Г) 6 Д) 5

Обосновка. От А до Б има $21 - 14 = 7$ дм, така че от Б до В има $15 - 7 = 8$ дм.

ТЕ15. Числата от 1 до 10 се записват в квадратчетата от-
дясно, така че сборът от числата във всеки 4 квадратчета,
разположени в колонка или в ред, е равен на 21. На колко ще
е равен сборът от числата в двете горни ъглови квадратчета?

А) 5 Б) 10 В) 8 Г) 12 Д) никое от тези

Обосновка. Ако числата в ъгловите квадратчета са x и y ,
то $x + y + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 3 \cdot 21$. Значи $x + y = 63 - 55$. Пример. Запълваме
последователно квадратчетата, тръгвайки от долу ляво, с числата 1, 8, 9, 3, 7,
6, 5, 2, 4, 10.



БЕЛЕЖКИ

1. Using mathematics and computational thinking – тук и нататък ще даваме оригиналния текст, доколкото преводът ни е свободен и тълкувателен.
2. The nature of computational thinking within mathematics is conceptualised as defining and elaborating mathematical knowledge that can be expressed by programming, allowing students to dynamically model mathematical concepts and relationships. (OECD 2018; #39)
3. The thought processes involved in expressing solutions of problems, as computational steps or algorithms.
4. Computational thinking in mathematics and science taxonomy.
5. Съкращението ЗУН стои за *знания, умения и нагласа*, което наследява излязлата от употреба триада *знания, умения и навики*.
6. Номерът на тестовите единици отговаря на този от съответната състезателна тема, верният отговор е подчертан.
7. С тестовите единици (ТЕ3, ТЕ4) наблюдавахме доколко форматът на задаване на едно и също математическо съдържание влияе върху постиженията на учениците. Такива въпроси са подробно разгледани във (Vassileva & Lazarov 2010).
8. Съкратено за Science, Technology, Engineering, and Mathematics. Съкращението STEAM, в което „А“ стои за Art, т.е. хуманитарните направления, може да се разглежда като опит да се реализира STEM в интегративни форми с някои хуманитарни направления в средното образование.

ЛИТЕРАТУРА

- BEHESHTI, E.; WEINTROP, D.; SWANSON, H.] ORTON, K.; HORN, M., JONA, K. & WILENSKY, U., 2017. *Computational Thinking in Practice: How STEM Professionals Use CT in Their Work*. San Antonio, Texas: Northwestern University.
- EUROPEAN COMMISSION, 2006. Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006, on key competences for lifelong learning. *Official Journal of the European Union*, (2006/962/EC) L 394.
- LAVE, J., 1988. *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- ЛАЗАРОВ, Б., 2017. Четвърт век турнир „Черноризец храбър“. *Математика и математическо образование. Доклади на Четиридесет и шестата пролетна конференция на Съюза на математиците в България*, pp. 101 – 108. [Боровец, 9 – 13 април, 2017].
- ЛАЗАРОВ, Б., 2022. *Тридесети Есенен турнир по математика и информатика „Черноризец Храбър“*. ИМИ – БАН, ISBN 978-954-8986-59-5.
- МОН, 2015. НАРЕДБА № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка. *Държавен вестник*, бр. 95 [08.12.2015 г.].
- NGSS LEAD STATES, 2013. *Next generation science standards: for states, by states*. Washington, DC: The National Academies Press.
- OECD, 2018. *Pisa 2021 Mathematics Framework (First Draft)*. 45th meeting of the PISA Governing Board, 23 – 25 April 2018, Stockholm, Sweden.
- PAPERT, S., 1996. An exploration in the space of mathematics educations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 1, no 1. pp. 138 – 142.
- TABESH, Y. & ZARKESH, S., 2020. Computational thinking hackathon. Chapter 4.4. In: Geretschleger, R. (ed.) *Engaging Young Students in Mathematics through Competitions — Perspectives and Practices*. World Scientific, pp. 265 – 271.
- ВАСИЛЕВА А. & ЛАЗАРОВ, Б., 2010. Изследване на влиянието на формално и вербално задаване на тестови единици в III и IV клас. В: *Доклади на Юбилейната конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, посветена на 60 г. на проф. Сава Гроздев*, с 344 – 350. [10 – 12 септември 2010, Бачиново].
- WEINTROP, D.; BEHESHTI, E.; HORN, M.; ORTON, K.; JONA, K.; TROUILLE, K. & WILENSKY, U., 2016. Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, Vol. 25/1, pp. 127 – 147.

REFERENCES

- BEHESHTI, E.; WEINTROP, D.; SWANSON, H.] ORTON, K.; HORN, M., JONA; K. & WILENSKY, U., 2017. *Computational Thinking in Practice: How STEM Professionals Use CT in Their Work*. San Antonio, Texas: Northwestern University.
- EUROPEAN COMMISSION, 2006. Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006, on key competences for lifelong learning. *Official Journal of the European Union*, (2006/962/EC) L 394.
- LAVE, J., 1988. *Cognition in practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- LAZAROV, B., 2017. Chetvart vek turnir „Chernorizets hrabar“. *Matematika i matematicheskoto obrazovanie. Twenty Fifth Anniversary of Chernorizec Hrabar Math Tournament*, pp. 101 – 108. [Mathematics and Education in Mathematics. Proceedings of the Forty-sixth Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, pp. 101 – 108] [Borovets, April 9 – 13, 2017]. [in Bulgarian].
- LAZAROV, B., 2022. *XXX esenen turnir po matematika i informatika Chernorizec Hrabar*. [The 30th Math tournament Chernorizec Hrabar]. Sofia: IMI – BAS. ISBN 978-954-8986-59-5 [in Bulgarian].
- MON, 2015. Ministry of Education and Science. Regulation No 5 of 30.11.2015 for the general education. *Darzhaven Vestnik*, no 95 [08.12.2015]. [in Bulgarian]
- NGSS LEAD STATES, 2013. *Next generation science standards: for states, by states*. Washington, DC: The National Academies Press.
- OECD, 2018. *Pisa 2021 Mathematics Framework (First Draft)*. 45th meeting of the PISA Governing Board, 23 – 25 April 2018. Stockholm, Sweden.
- PAPERT, S., 1996. An exploration in the space of mathematics educations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, vol. 1, no 1. pp. 138 – 142.
- TABESH, Y. & ZARKESH, S., 2020. Computational thinking hackathon. Chapter 4.4. In: Geretschleger, R. (ed.) *Engaging Young Students in Mathematics through Competitions — Perspectives and Practices*, pp. 265 – 271. World Scientific.
- VASSILEVA, A. & LAZAROV, B., 2010. Izsledvane na vliyanieto na formalno i verbalno zadavane na testovi ediniti v III i IV klas [Study on the impact of formal and verbal assignment of test items in grades 3rd and 4th]. In: *Proceedings of the Anniversary conference “Synergetics and reflection in mathematics education” dedicated to the 60th anniversary of Prof. Sava Grozdev*, pp. 344 – 350. [September 10 – 12, 2010, Bachinovo]. [in Bulgarian]

WEINTROP, D.; BEHESHTI, E.; HORN, M.; ORTON, K.; JONA, K.; TROUILLE, K. & WILENSKY, U., 2016. Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, Vol. 25/1, pp. 127 – 147.

EDUCATIONAL GOALS AND TYPES OF COMPUTATIONAL THINKING IN THE COMPETITION PAPERS FOR II – IV GRADES OF THE “CHERNORIZETS HRABAR” TOURNAMENT

Abstract. Under consideration is an operationalization of the Weintrop taxonomy of computational thinking through some test items from the competition papers of the “Chernorizets Hrabar” math tournament for primary school students. A didactic analysis was made on a sample of educational objectives that require certain activities classified as types of computational thinking in the taxonomy. Based on statistical processing of the students' achievements, conclusions are drawn about the possibilities of forming and developing certain types of computational thinking in the primary education. It is illustrated by examples how specific educational goals are related with corresponding computational thinking in different contexts. The benefit of early development of computational thinking in students for their potential realization in STEM professional fields is substantiated.

Keywords: computational thinking; Chernorizec Hrabar Tournament; Weintrop taxonomy; primary math education

✉ **Prof. Dr. Borislav Lazarov**

SCOPUS ID: 56203889200

Institute of Mathematics and Informatics

Bulgarian Academy of Sciences

Acad. G. Bonchev Street, bl. 8

1113 Sofia, Bulgaria

E-mail: lazarov@math.bas.bg