

ИЗУЧАВАНЕ НА ДЕЙСТВИЕТО УМНОЖЕНИЕ НА ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА С ЕДНОЦИФРЕНО ЧИСЛО – АНАЛИЗ НА АКТУАЛНОТО СЪСТОЯНИЕ В УЧЕБНИТЕ КОМПЛЕКТИ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ЧЕТВЪРТИ КЛАС

Асист. **Антония Добрева**

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Резюме. Последната реформа в основното образование по математика се осъществява през 2017 г., когато на базата на учебната програма по математика за четвърти клас на средното училище са одобрени седем учебни комплекта за задължителна подготовка. Целта на настоящата публикация е да се представят теоретичните постановки, които изграждат основите на методиката за изучаване на темата „Умножение на многоцифрено число с едноцифрено число и реализирането им в актуалните към момента учебни комплекти по математика за 4. клас за началния етап на образование“.

Ключови думи: начално обучение по математика; деление на естествени числа с едноцифрено число

1. Увод

Образователната реформа, която протича през последните години, има за цел да хармонизира българските образователни стандарти с европейските. Учебните програми служат като рамка за определяне на целите на обучението, учебното съдържание и учебните резултати за даден общообразователен предмет в рамките на конкретен клас. Този процес цели да осигури на учениците адекватно и конкурентоспособно образование в световен мащаб.

Всяка тема от учебната програма включва определени очаквани резултати и понятия от различни области на компетентност, като основният акцент е поставен върху аритметичните познания. Тези очаквани резултати от обучението се състоят главно от знания, свързани с понятия, подходящи за предмета и съобразени с възможностите на обучаемите. Методическите решения, представени в учебната програма по математика за 4. клас, подчертават използването на технология за извършване на аритметични операции, като умноже-

ние и деление на многоцифрени числа с едноцифрени числа. Това подчертава важността на осигуряването на среда за обучение, която е в съответствие със специфичните нужди на учениците.

2. Метод

Настоящата публикация има за цел да се представят теоретичните постановки, които изграждат основите на методиката за изучаване на темата „Умножение на многоцифрено число с едноцифрено число“ и реализирането ѝ в актуалните към момента учебни комплекти по математика за 4. клас за началния етап на образование.

„Умножението на многоцифрено с едноцифрено число се изяснява чрез алгоритмите за писмено смятане и вариантите за устно смятане“ (Angelova 2019, р. 36).

Ще бъде представен опит за разграничение на писменото от устното смятане при умножението на многоцифрено с едноцифрено число.

Писменото умножение се осъществява при стриктно спазване на следния алгоритъм: едноцифреният множител се умножава последователно с единиците, десетиците, стотиците, хилядите, десетохилядите, стохилядите и т.н. на многоцифреното число.

Устното умножение започва от най-високия ред на числата, като съществува вариативност при пресмятанията.

Алгоритмите за смятане трябва да се изучават в определена система. Изучаването на алгоритмите за писмено и устно умножение на многоцифрено с едноцифрено число се реализира в следната логическа последователност.

1. Умножение на числа от вида $3000 \cdot 2$; $3\,000\,000 \cdot 2$ и $500 \cdot 3$; $5000 \cdot 3$; $5\,000\,000 \cdot 3$.

2. Умножение на многоцифрено с едноцифрено число без преминаване. Например $2431 \cdot 2$.

3. Умножение на многоцифрено с едноцифрено число с едно преминаване. Например: $2834 \cdot 2$.

4. Умножение на многоцифрено с едноцифрено число с две преминавания в несъседни редове. Например: $1837 \cdot 2$.

5. Умножение на многоцифрено с едноцифрено число с две преминавания в съседни редове. Например: $1854 \cdot 2$.

6. Умножение на многоцифрено с едноцифрено число с повече от две преминавания. Например: $1768 \cdot 3$.

Подходът за подреждане и изучаване на случаите на умножение на многоцифрени с едноцифрени числа по този начин е логически обоснован. Той систематично извежда всички алгоритми за смятане и ги организира въз основа на тяхната сложност. Същата подредба на случаите от умножение на многоцифрено с едноцифрено число може да се открие и в методическото

ръководство на Р. Кожухарова и др. (Kozhuharova et al. 2009).

Първият случай се основава на десетичната структура на многоцифреното число и използва устни начини за умножение. Когато се въвеждат алгоритмите за следващите случаи, се прилага разпределителното свойство на умножението спрямо събирането.

При извеждането на устните похвати за умножение на числа от вида $3000 \cdot 2$; $3\,000\,000 \cdot 2$ се извършват и използват преходите:

число $\leftrightarrow$ брой хиляди, например $3000 = 3$ хил., 6 хил. $= 6000$;

число $\leftrightarrow$ брой милиони, например $3\,000\,000 = 3$ млн., 6 млн. $= 6\,000\,000$.

Пресмятането се свежда до таблично умножение.

Например:

$3000 \cdot 2 = 3$ хил. $\cdot 2 = 6$ хил. $= 6000$;

$3\,000\,000 \cdot 2 = 3$ млн. $\cdot 2 = 6$ млн. $= 6\,000\,000$.

Произведенията от вида $500 \cdot 3$; $5000 \cdot 3$; $5\,000\,000 \cdot 3$ се изясняват чрез извършване на преходи като посочените и се прилага таблично умножение.

Например:

$500 \cdot 3 = 5$ стот. $\cdot 3 = 15$ стот. $= 1500$;

$5000 \cdot 3 = 5$ хил. $\cdot 3 = 15$ хил. $= 15\,000$;

$5\,000\,000 \cdot 3 = 5$ млн. $\cdot 3 = 15$ млн. $= 15\,000\,000$.

Методиката на изучаване на останалите алгоритми се базира и на двата похвата – устен и писмен.

При устния похват многоцифреният множител се представя като сбор от редните си единици и се прилага разпределителното свойство на умножението относно събирането.

Писменият похват се изяснява с помощта на таблицата за редовете, в която е записан многоцифреният множител, като се подчертава десетичният му състав. Знакът за умножение и едноцифреният множител са записани отдясно на таблицата. Формулира се алгоритъмът за писмено умножение на числа от разглеждания вид, като накрая се представят записите на действието без таблицата.

Анализирайки одобрените от МОН учебни комплекти по математика за четвърти клас при изучаването на умножението на многоцифрено с едноцифрено число без преминаване (например $2431 \cdot 2$), се наблюдават разнообразни подходи към обучението.

Методиката на изучаване на този случай е следната.

Многоцифреният множител се представя като сбор от редните си единици и се прилага разпределителното свойство на умножението относно събирането:

$2431 \cdot 2 = (2$ хил. $+ 4$ стот. $+ 3$ дес. $+ 1$ ед.) $\cdot 2$

$= 4$ хил. $+ 8$ стот. $+ 6$ дес. $+ 2$ ед. $= 4862$.

Алгоритъмът за писмено смятане се изяснява с помощта на таблицата за редовете, в която е записан многоцифреният множител, като се подчертава

десетичният му състав. Знакът за умножение и едноцифреният множител са записани отдясно на таблицата.

Хил.	Стот.	Дес.	Ед.	. 2
2	4	3	1	
4	8	6	2	

Алгоритъмът за писмено умножение на числа от разглеждания вид е следният (2431 . 2).

1. Умножаваме едноцифрения множител с единиците на многоцифрения множител: $2 \cdot 1 \text{ ед.} = 2 \text{ ед.}$ Пишем 2 ед. в резултата.

2. Умножаваме едноцифрения множител с десетиците на многоцифрения множител: $2 \cdot 3 \text{ дес.} = 6 \text{ дес.}$ Пишем 6 дес. в резултата.

3. Умножаваме едноцифрения множител със стотиците на многоцифрения множител: $2 \cdot 4 \text{ стот.} = 8 \text{ стот.}$ Пишем 8 стот. в резултата.

4. Умножаваме едноцифрения множител с хилядите на многоцифрения множител: $2 \cdot 2 \text{ хил.} = 4 \text{ хил.}$ Пишем 4 хил. в резултата.

Получаваме $4 \text{ хил.} + 8 \text{ стот.} + 6 \text{ дес.} + 2 \text{ ед.} = 4862$.

Накрая се представят записите на действието без таблица.

$$\begin{array}{r} 2431 \cdot 2 \\ \hline 4862 \end{array} \quad \text{или} \quad 2431 \cdot 2 = 4862$$

Такива случаи са представени във всичките одобрени от МОН седем учебни комплекта за задължителна подготовка по математика за четвърти клас: този на издателство „Архимед“ с автори Р. Алашка, П. Паскалев и А. Аврамова (Alashka et al. 2019), на ИК „Рива“ с автори Л. Алексиева и М. Кирилова (Aleksieva & Kirilova 2019), на издателство „Просвета плюс“ с автори В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019), на издателство „Булвест 2000“ с автори М. Богданова и М. Темникова, В. Иванова (Bogdanova et al. 2019), на ИК „Анубис“ с автори Т. Витанов, Г. Кирова, З. Шаркова, И. Пушкарлова, Д. Парушева (Vitanov et al. 2019), на издателство „Просвета“ с автори Ю. Гарчева и А. Манова (Garcheva & Manova 2019), на издателство „Бит и техника“ с автори Д. Капитанова, М. Ваникова-Рухова, Д. Стоянова, Д. Димитрова, И. Димитрова, В. Дамаскова, Ц. Лазарова (Kapitanova et al. 2019). В учебника на Р. Алашка и др. (Alashka et al. 2019, р. 7) и в този на В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019, р. 78) най-напред се изяснява устният похват за смятане, като многоцифреният множител се представя като сбор от редните си единици и се използва разпределителното свой-

ство, при писмения похват се използва таблицата за редовете, представя се ясно оформен алгоритъм за извършване на действието умножение.

При изясняване на алгоритъма за извършване на умножението в учебника на Л. Алексиева и М. Кирилова (Aleksieva & Kirilova 2019, p. 57) и в учебника на Д. Капитанова и др. (Kapitanova et al. 2019, p. 7) се използва таблицата за редовете, но не е представен алгоритъмът за извършване на действието. Липсва изясняване на похвата за устно смятане.

В учебника на М. Богданова и др. (Bogdanova et al. 2019, p. 65) присъства алгоритъм за устно смятане, както и алгоритъм за писмено смятане. Не се открива табличен вид.

Авторите на учебника по математика за 4. клас Л. Витанов и др. (Vitanov et al. 2019, p. 77) изясняват най-напред устния похват за смятане, за писмен похват използват номерационна таблица за редовете, но не се намира ясно дефиниран алгоритъм за писмено смятане.

В учебника по математика за 4. клас на Ю. Гарчева и А. Манова (Garcheva & Manova 2019, p. 62) не се оформя алгоритъм за писмено извършване на умножението на многоцифрено с едноцифрено число, учениците се насочват към прилагане на съответния алгоритъм за умножение с числата до 1000.

Анализирането на актуалните учебници по математика за четвърти клас при изучаването на умножение на многоцифрено с едноцифрено число с едно премиване (например $2834 \cdot 2$) се наблюдава подобна на предходния случай ситуация.

Методиката на изучаване на този случай, както и на следващите е аналогична на тази от предходния случай ($2431 \cdot 2$).

Такива случаи отново са представени във всички от одобрените от МОН седем учебни комплекта за задължителна подготовка.

Авторите на учебния комплект по математика за 4. клас на издателство „Архимед“ Р. Алашка и др. (Alashka et al. 2019, p. 9) и тези на издателство „Просвета плюс“ – В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019, p. 80), най-напред предлагат устен похват за изясняване начина на пресмятане. При извеждане на алгоритъма за писмено смятане се използва таблицата за редовете и се оформят последователните му стъпки.

В учебния комплект по математика за 4. клас на ИК „Рива“ на Л. Алексиева и М. Кирилова (Aleksieva & Kirilova 2019, p. 59), този на ИК „Анубис“ с автори Л. Витанов и др. (Vitanov et al. 2019, p. 79) и този на издателство „Просвета“ с автори Ю. Гарчева и А. Манова (Garcheva & Manova 2019, p. 64) не се представя устен похват за смятане. При разкриване на писмения алгоритъм за извършване на действието умножение се използва таблицата за редовете, но не присъства подробен запис на алгоритъма.

Авторите на учебния комплект по математика за 4. клас на издателство „Бит и техника“ Д. Капитанова и др. (Kapitanova et al. 2019, p. 9) изясняват устния похват за извършване на умножението. За разкриване на алгоритъма

за писмено смятане използват таблицата за редовете, но не е представен запис на алгоритъма.

Учебниците по математика за 4. клас, в които се представя алгоритъмът за умножение на многоцифрено с едноцифрено число с две преминавания в несъседни редове (например: $1837 \cdot 2$) са тези на ИК „Рива“ (Aleksieva & Kirilova 2019), на издателство „Просвета плюс“ (Angelova & Koleva 2019) и на издателство „Просвета“ (Garcheva & Manova 2019).

В учебния комплект по математика за 4. клас на В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019, р. 82) са разработени както устният, така и писменият алгоритъм за изясняване на умножението на числа от разглеждания вид.

В учебния комплект по математика за 4. клас на Л. Алексиева и М. Кирилова (Aleksieva & Kirilova 2019, р. 61) и в този на Ю. Гарчева и А. Манова (Garcheva & Manova 2019, р. 66) не е изяснен устен похват за извършване на умножението. При разкриване на алгоритъма за писмено смятане се използва само табличен вид, не се прави опит за подробно разписване на алгоритъм.

В учебния комплект по математика за 4. клас на Р. Алашка и др. (Alashka et al. 2019), М. Богданова (Bogdanova et al. 2019), Л. Витанов и др. (Vitanov et al. 2019) и Д. Капитанова и др. (Kapitanova et al. 2019) не е предвидено изучаване на случая от разглеждания вид.

Учебниците, които представят алгоритъм за умножение на многоцифрено с едноцифрено число с две преминавания в съседни редове (например: $1854 \cdot 2$), са тези с автори Л. Алашка и др. (Alashka et al. 2019), В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019), Л. Витанов и др. (Vitanov et al. 2019) и Д. Капитанова и др. (Kapitanova et al. 2019).

Авторите на учебника по математика за 4. клас Р. Алашка и др. (Alashka et al. 2019, р. 11) разглеждат устен похват, при писмения се използва таблицата за редовете, но не се открива формулиран алгоритъм за писмено смятане.

В учебника по математика за 4. клас с автори В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019, р. 84) освен устен и писмен похват е формулиран и подробен алгоритъм за извършване на умножението.

В учебника по математика за 4. клас с автори Т. Витанов и др. (Vitanov et al. 2019, р. 81) и този с автори Д. Капитанова и др. (Kapitanova et al. 2019, р. 14) не се открива начин за изясняване на устното смятане. При разкриване на алгоритъма за писмено смятане се използва само табличен вид, не се прави опит за подробно разписване на алгоритъм.

В учебника по математика за 4. клас с автори Л. Алексиева и М. Кирилова (Aleksieva & Kirilova 2019), в този с автори М. Богданова и др. (Bogdanova et al. 2019) и този с автори Ю. Гарчева и А. Манова (Garcheva & Manova 2019) не е предвидено изучаване на случая от разглеждания вид.

При анализиране на учебниците по математика за четвърти клас, одобрени от МОН, при изучаването на умножение на многоцифрено с едноцифрено

число с повече от две преминавания (например: $1768 \cdot 3$) се наблюдава следната ситуация.

В учебника по математика за 4. клас с автори Л. Алексиева и М. Кирилова (Aleksieva & Kirilova 2019, p. 63), в този с автори Т. Витанов и др. (Vitanov et al. 2019, p. 83), в този с автори Ю. Гарчева и А. Манова (Garcheva & Manova 2019, p. 68) и в този с автори Д. Капитанова и др. (Kapitanova et al. 2019, p. 17) не се открива изясняване на устен похват за извършване на действието умножение от разглеждания вид. Алгоритъмът за писмено смятане е представен с помощта на таблицата за редовете, но няма подробно формулиран алгоритъм.

Авторите на учебника по математика за 4. клас В. Ангелова и Ж. Колева (Angelova & Koleva 2019, p. 86) разработват устен и писмен похват за смятане, представят и подробен алгоритъм за извършване на умножението на числа от посочения случай.

В учебника по математика за 4. клас с автори Р. Алашка и др. (Alashka et al. 2019) и в учебника по математика за 4. клас с автори М. Богданова и др. (Bogdanova et al. 2019) не се откриват методически насоки за умножение на числа от разглеждания вид.

3. Заключение

Анализът на одобрените от МОН учебници по математика за 4. клас показва, че те предлагат структуриран и многостранен подход към обучението по математика, особено по отношение на умножението на многоцифрени числа с едноцифрено число. Разнообразието от методи, примери и задачи улеснява разбирането на материала от страна на учениците и стимулира развитието на техните аналитични и проблемно ориентирани умения.

Важно е да се отбележи, че би било полезно в учебниците по математика за 4. клас да се добави запис на алгоритъма за извършване на действието умножение. Това ще осигури на учениците ясна представа за стъпките, които трябва да предприемат, и ще им даде възможност да практикуват самостоятелно.

Също така е важно да не се пропуска изучаването на устния вариант за смятане. Устният вариант е не само важен за развитието на математическите умения, но и позволява на учениците да извършват бързи и лесни изчисления.

Включването на тези два елемента ще направи учебните материали по-пълни и по-ефективни.

Освен това би било препоръчително да се разгледат следните аспекти.

Интегриране на интерактивни и технологични ресурси: използването на интерактивни и технологични ресурси може да обогати учебния процес и да го направи по-гъвкав и ангажиращ за учениците.

Разработване на учебни материали, които да обхващат широк спектър от учебни стилове и потребности: всеки ученик учи по различен начин, следователно учебните материали трябва да отговарят на различните учебни стилове и потребности.

Постоянно актуализиране на образователните материали: образователните стандарти и очаквания се променят с времето, следователно учебните материали трябва да се актуализират, за да отговарят на тях.

В крайна сметка, успехът в образованието по математика зависи не само от качеството на учебниците, но и от методиката на преподаване, ангажираността на учителите и възможността за практическо приложение на знанията.

Предстоящите изследвания и разработки в областта на математическото образование следва да се стремят към иновации, които да обогатят учебния процес и да го направят още по-ефективен и достъпен за всички ученици.

ЛИТЕРАТУРА

- АЛАШКА, Р.; ПАСКАЛЕВ, П.; АВРАМОВА, А., 2019. *Математика за 4. клас – част 2*. София: Архимед. ISBN 9789547792777.
- АЛЕКСИЕВА, Л.; КИРИЛОВА, М., 2019. *Математика за 4. клас*. София: Рива. ISBN 978-619-225-097-3.
- АНГЕЛОВА, В., 2019. *Книга за учителя по математика за 4. клас*. София: Просвета плюс. ISBN 978-619-222-279-6.
- АНГЕЛОВА, В.; КОЛЕВА, Ж., 2019. *Математика за 4. клас*. София: Просвета плюс. ISBN 978-619-222-276-5.
- БОГДАНОВА, М.; ТЕМНИКОВА, М.; ИВАНОВА, В., 2019. *Математика за 4. клас*. София: Булвест 2000. ISBN 978-954-181-382-9.
- ВИТАНОВ, Т.; КИРОВА, Г.; ШАРКОВА, З.; ПУШКАРОВА, И.; ПАРУШЕВА, Д., 2019. *Математика за 4. клас*. София: Анубис. ISBN 9786192153892.
- ГАРЧЕВА, Ю.; МАНОВА, А., 2019. *Математика за 4. клас*. София: Просвета. ISBN 978-954-013-849-7.
- КАПИТАНОВА, Д.; ВАНИКОВА-РУХОВА, М.; СТОЯНОВА, Д.; ДИМИТРОВА, Д.; ДИМИТРОВА, И.; ДАМАСКОВА, В.; ЛАЗАРОВА, Ц., 2019. *Математика за 4. клас – 2. Част*. София: Бит и техника. ISBN 978-619-7523-29-4.
- КОЖУХАРОВА, Р.; АНГЕЛОВА, В.; КАПИТАНОВА, Д.; ШАРКОВА, З.; СТАНЧЕВА, С., 2009. *Методика на обучението по математика за началния етап на средното общообразователно училище – част втора*. Пловдив: Паисий Хилендарски. ISBN 978-954-423-555-0.

REFERENCES

- ALASHKA, R.; PASKALEV, P.; AVRAMOVA, A., 2019. *Matematika za 4. klas – chast 2*. Sofia: Arhimed [in Bulgarian]. ISBN 9789547792777.
- ALEKSIEVA, L.; KIRILOVA, M., 2019. *Matematika za 4. klas*. Sofia: Riva [in Bulgarian]. ISBN 978-619-225-097-3.

- ANGELOVA, V., 2019. *Kniga za uchitelja po matematika za 4. klas.* Sofia: Prosveta plus [in Bulgarian]. ISBN 978-619-222-279-6.
- ANGELOVA, V.; KOLEVA, Zh., 2019. *Matematika za 4. klas.* Sofia: Prosveta plus [in Bulgarian]. ISBN 978-619-222-276-5.
- BOGDANOVA, M.; TEMNIKOVA, M.; IVANOVA, V., 2019. *Matematika za 4. klas.* Sofia: Bulvest 2000 [in Bulgarian]. ISBN 978-954-181-382-9.
- GARCHEVA, YU., MANOVA, A., 2019. *Matematika za 4. klas.* Sofia: Prosveta [in Bulgarian]. ISBN 978-954-013-849-7.
- KAPITANOVA, D. et al., 2019. *Matematika za 4. klas – 2. chast.* Sofia: Bit i tehnika [in Bulgarian]. ISBN 978-619-7523-29-4.
- KOZHUHAROVA, R.; ANGELOVA, V.; KAPITANOVA, D.; SHARKOVA, Z., STANCHEVA, S., 2009. *Metodika na obuchenieto po matematika za nachalniya etap na srednoto obshtoobrazovatelno uchilishte – chast vtora.* Plovdiv: Paisiy Hilendarski [in Bulgarian]. ISBN 978-954-423-555-0.
- VITANOV, T. i dr., 2019. *Matematika za 4. klas.* Sofia: Anubis [in Bulgarian]. ISBN 9786192153892.

STUDY OF THE MULTIPLICATION OF NATURAL NUMBERS BY A SINGLE-DIGIT NUMBER – ANALYSIS OF THE CURRENT STATE IN MATHEMATICS TEXTBOOKS FOR FOURTH GRADE

Abstract. The latest reform in primary mathematics education took place in 2017, when seven textbook sets for compulsory education were approved based on the mathematics curriculum for the fourth grade of primary school. The aim of this publication is to present the theoretical foundations that form the basis of the methodology for studying the topic: Multiplication of multi-digit numbers by a single-digit number and their implementation in the current mathematics textbooks for the 4th grade in the primary education stage.

Keywords: primary mathematics education; division of natural numbers by a single-digit number

✉ **Dr. Antoniya Dobрева, Assist. Prof.**

ORCID iD: 0000-0001-9898-0534

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”

Plovdiv, Bulgaria

E-mail: addobрева@uni-plovdiv.bg